

ŽILINSKÁ UNIVERZITA V ŽILINE

Elektrotechnická fakulta

Katedra telekomunikácií

Dimenzovanie WDM optických sietí

(Písomná časť dizertačnej skúšky)

Vedný odbor: Telekomunikácie

Školiteľ: Prof. Ing. Karol Blunár, DrSc.

Ing. Miroslav BAHLEDA

január 2004

Pod'akovanie

Touto cestou by som sa chcel pod'akovať môjmu školiteľovi profesorovi Karolovi Blunárovi za jeho pomoc pri vypracovaní tejto práce ako aj za cenne rady a odborné vedenie.

Zoznam použitých skratiek

ADM	<i>add/drop multiplexor</i>	add/drop multiplexor
C-BAR	<i>capacity balance alternate routing</i>	alternatívne smerovanie v závislosti na kapacite
FAR	<i>fixed alternative routing</i>	pevné alternatívne smerovania
FF	<i>fit</i>	metóda pridelovania vlnových dĺžok, v ktorom sa vyberie prvá vhodná vlnová dĺžka, podľa pevného pravidla
FIFO	<i>first in first out</i>	typ obsluhy vo fronte, kde prvá vstupujúca požiadavka je aj prvá obslužená
FPLC	<i>fixed paths least congested</i>	výber vlnovej dĺžky s najmenším zaťažením
FR	<i>fixed routing</i>	metóda smerovania s vopred určenou pevnou cestou
LIFO	<i>last in first out</i>	typ obsluhy vo fronte, kde prvá vstupujúca požiadavka je obslužená nakoniec
LLR	<i>least loaded routing</i>	metóda smerovania do smeru s najmenšou záťažou
LU	<i>least used</i>	výber najmenej používanej vlnovej dĺžky
MU	<i>most used</i>	výber najviac používanej vlnovej dĺžky
OA	<i>optical amplifier</i>	optický zosilňovač
OFDM	<i>optical frequency division multiplex</i>	optický frekvenčný multiplex
OP	<i>optical receiver</i>	optický prijímač
OSU	<i>optical network node</i>	optický sieťový uzol
OV	<i>optical transmitter</i>	optický vysielač
PP	<i>reception process</i>	prijímací proces
PS	<i>network access station</i>	prístupová stanica
QoS	<i>quality of service</i>	kvalita služby
RF	<i>random fit</i>	náhodné pridelovanie vhodnej vlnovej dĺžky
RSVP	<i>resource reservation protocol</i>	protokol rezervácie prostriedkov
SRLG	<i>shared risk link group</i>	protokol skupinového zdieľania rizika liniek

VP	<i>transmission process</i>	vysielací proces
WDM	<i>wavelength division multiplex</i>	vlnovo delený multiplex
WDM	<i>WDM optical cross-connect</i>	WDM kroskonektor
OXC		
WDM	<i>WDM OXC/space</i>	WDM kroskonektor spojovací len
OXC/S		priestorovo
WDM	<i>WDM OXC/space and</i>	WDM kroskonektor spojovací priestorovo a
OXC/SF	<i>frequency</i>	frekvenčne

Obsah

1	Úvod.....	1
2	WDM siete.....	3
2.1	Princíp vlastnosti sietí WDM.....	4
2.1.1	Štruktúra optickej siete	4
2.1.2	Princíp WDM.....	6
2.1.3	Výhody a nevýhody WDM.....	9
2.2	Prepojovanie vo WDM sieťach	9
2.3	Vlnová konverzia vo WDM sieti	11
2.3.1	Siete bez vlnovej konverzie	12
2.3.2	Siete s obmedzenou vlnovou konverziou	12
2.3.3	Siete s plnou vlnovou konverziou.....	14
3	Dimenzovanie WDM sietí	15
3.1	Predmet dimenzovania.....	15
3.2	Matematický model	17
3.2.1	Klasifikácia prevádzkových modelov.....	17
3.3	Markovove procesy.....	19
3.3.1	Proces vzniku požiadavky (volania).....	22
3.3.2	Distribučná funkcia doby obsluhy	24
3.3.3	Prevádzková záťaž.....	25
3.3.4	Markovov systém hromadnej obsluhy M/M/n.....	25
4	Prevádzkové modely WDM sietí.....	27
4.1	Modely bez vlnovej konverzie.....	27
4.1.1	Birmanov model [26].....	28
4.1.2	Sridharan/Sivarajanov model [27]	30
4.1.3	Barry/Humbletov model [28].....	35
4.2	Model s obmedzenou vlnovou konverziou.....	39
4.2.1	Tripathi/Sivarajanov model [17].....	39
4.3	Modely s plnou vlnovou konverziou	41
4.3.1	Birmanov model [26].....	41
4.3.2	Barry/Humbletov model [28].....	43
4.4	Porovnanie jednotlivých modelov	45

4.5	Simulovanie	46
5	Ciele dizertačnej práce	49

Zoznam obrázkov

Obr. 2.1	<i>Princíp WDM</i>
Obr. 2.2	<i>Frekvenčné pásmo</i>
Obr. 2.3	<i>Vrstvová štruktúra optickej siete</i>
Obr. 2.4	<i>Architektúra pre spojenie koniec – koniec</i>
Obr. 2.5	<i>Delenie prostriedkov optického kábla</i>
Obr. 2.6	<i>WDM sieť</i>
Obr. 2.7	<i>Spojovanie v OXC</i>
Obr. 2.8	<i>Prepojovanie v sieťach WDM (smerovania a pridelovania vlnových dĺžok)</i>
Obr. 2.9	<i>Druhy vlnovej konverzie</i>
Obr. 2.10	<i>Obmedzená vlnová konverzia so stupňom vlnovej konverzie $d=1$</i>
Obr. 3.1	<i>Matematický model prevádzky</i>
Obr. 3.2	<i>Prechodový stavový diagram</i>
Obr. 3.3	<i>Určenie vstupného toku požiadaviek</i>
Obr. 3.4	<i>Delenie intervalu</i>
Obr. 3.5	<i>Prechodové stavy Markovového systému M/M/n</i>
Obr. 4.1	<i>Interferujúce linky</i>
Obr. 4.2	<i>Alternatívna linka k linke j</i>
Obr. 4.3	<i>Proces simulácie</i>

Zoznam tabuliek

Tab. 3.1	<i>Klasifikácia modelov</i>
Tab. 4.1	<i>Porovnanie prevádzkových modelov</i>
Tab. 4.2	<i>Porovnanie simulácie s analytickou a numerickou metódou</i>

1 Úvod

V súčasnosti s dynamickým rozvojom spoločnosti je jednou z nevyhnutných faktorov aj rozvoj komunikácie. Do popredia sa dostali optické prenosové siete, pričom čoraz väčší záujem sa obracia smerom k plne optickým sieťach, v ktorých prenášaný signál prechádza transparentne bez optoelektronickej konverzie.

Výrazný pokrok v optických sieťach znamenala nová technológia – WDM technológia, ktorá umožňuje prenos viacerých nosných optických vln jedným optickým vláknom. Z návrhom siete, ako aj neskôr s jej efektívnym využívaním súvisí dimenzovanie WDM sietí. Metódy dimenzovania slúžia pre návrh siete ako aj neskoršie plánovanie kapacity siete počas prevádzky. Za týmto účelom sa skúmajú, prevádzkové modely, ktoré slúžia k určeniu istého ukazovateľa, na základe ktorého, by sa dala určovať kvalita služby. Pretože v súčasnosti je veľmi dôležité, aby operátor ponúkal svoje služby s istou kvalitou. Najčastejším ukazovateľom je priepustnosť siete, alebo pravdepodobnosť odmietnutia požiadavky. Vo všeobecnosti potom dané prevádzkové modely majú slúžiť k určeniu tejto pravdepodobnosti. Na základe určenia tejto pravdepodobnosti, potom prevádzkovateľ siete rozhodne či postačujú alebo nepostačujú sieťové prostriedky. Respektíve, pokiaľ ešte sieť nie je vybudovaná, potom na základe daného modelu môže prevádzkovateľ upraviť buď topológiu alebo iné parametre siete (smerovanie a pod.).

Implementácia WDM sietí do už vybudovaných optických sietí je veľmi jednoduchá. Pretože v tomto prípade je potrebné len inovovať prenosové systémy, pričom položené vlákna ostávajú nemenné. Z tohto dôvodu v súčasnosti sa WDM technológia používa bežne a je veľmi „populárna“.

Vybudovanie prenosovej cesty vo WDM sieťach sa uskutočňuje nie len pridelením fyzickej prenosovej cesty, ale aj pridelením vlnovej dĺžky pozdĺž prenosovej cesty. Výrazným vplyv na hodnotu pravdepodobnosti má smerovací algoritmus, algoritmus pridelenia vlnovej dĺžky a topológia siete. Vlnová dĺžka, na ktorej prenášame daný kanál, môže byť pozdĺž celej prenosovej cesty rovnaká (prenos bez vlnovej konverzie), alebo je možné ju meniť v jednotlivých uzloch (prenos s vlnovou konverziou). Vlnová konverzia je jedna z najdôležitejších vlastností siete, ktorá vplýva na pravdepodobnosť blokovania. Vzhľadom na to, že plne optický vlnový konvertor je v dnešnej dobe z pohľadu technológie stále náročný, a teda aj finančne drahý, je treba

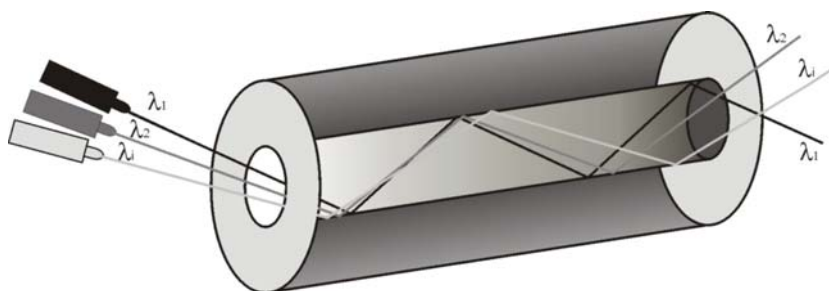
určiť vplyv vlnovej konverzie na priepustnosť siete. To znamená určiť opodstatnenosť vlnového konvertora v danej sieťovej štruktúre. V súvislosti s určením pravdepodobnosti blokovania v sieťach s vlnovou konverziou, obmedzenou vlnovou konverziou, ako aj s plnou vlnovou konverziou sa uskutočnilo mnoho výskumov. Dnes existuje mnoho modelov, ktoré popisujú prevádzku, a ktoré slúžia na určenie pravdepodobnosti blokovania, ako aj ktoré vyjadrujú vplyv vlnovej konverzie a jej osoh.

V tejto práci sa chcem venovať dimenzovaniu WDM sietí ako ucelenému problému a tiež aj analýze rôznych navrhnutých modelov, ktoré popisujú prevádzku vo WDM sieťach.

V súvislosti s týmto cieľom som danú prácu štrukturoval nasledovne. V druhej kapitole sa venujem problematike WDM sietí, štruktúre WDM sietí, výhodám a nevýhodám sietí s WDM technológiou. V tretej kapitole je zhrnutá teória dimenzovania sietí z pohľadu teórie prevádzkového zaťaženia a operačnej analýzy. V poslednej kapitole sú bližšie uvedené súčasné modely slúžiace pre dimenzovanie WDM sietí. Ich klasifikácia je urobená podľa toho, či sú určené pre modelovanie prevádzky WDM siete bez vlnovej konverzie, s obmedzenou vlnovou konverziou, alebo s plnou vlnovou konverziou. V tejto kapitole okrem podania matematických modelov sú stručne uvedené aj ich výsledky. Rozsah práce neumožnil prehľad všetkých súčasných modelov, pretože problematika určenia presného a správneho prevádzkového modelu pre rôzne topológie a prevádzkové podmienky je stále aktuálna a veľmi rozsiahla. V závere kapitoly sa stručne venujem problematike simulovania.

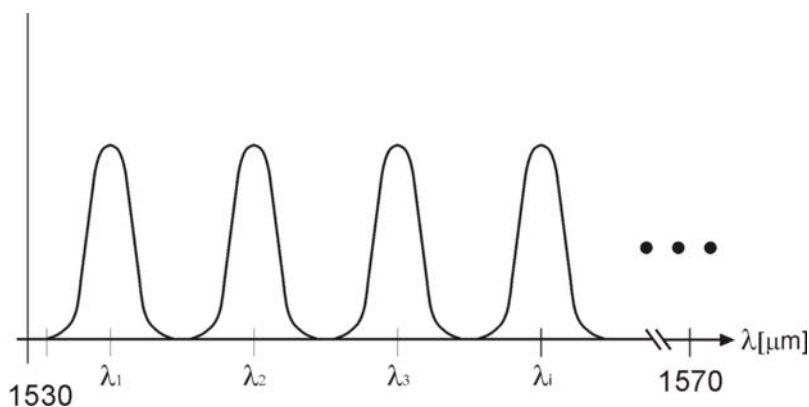
2 WDM siete

WDM siete sú optické siete, ktoré využívajú princíp vlnovo deleného multiplexu (WDM *wavelength division multiplex*), ktorý umožňuje jedným optickým vláknom prenášať niekoľko optických nosných vln, pričom každá je na inej vlnovej dĺžke (obr. 2.1) [1].



Obr. 2.1 Princíp WDM

V podstate ide o frekvenčný multiplex (OFDM *optical frequency division multiplex*) v optickom prenosovom pásme daného prenosového média, pretože vlnovej dĺžke odpovedá frekvencia nosného optického signálu (obr. 2.2).



Obr. 2.2 Frekvenčné pásmo

Táto technológia prenosu nám umožňuje rozmiestniť optické nosné vlny, ktoré nesú dáta do celého pásma priepustnosti daného média, s ohľadom na dosiahnuté prenosové technológie (minimum útlmu a disperzie, možnosti zdrojov svetelných dĺžok a selektivita optických filtrov a pod.). To znamená, že do jedného vlákna je naviazaných viacero optických vlnových dĺžok, ktoré prenášajú dáta. Prenos na každej vlnovej dĺžke sa môže uskutočniť s inou prenosovou (bitovou) rýchlosťou a s iným typom modulácie

a iným formátom signálu. Dokonca na niektorých optických nosných môže byť prenášaný optický digitálny signál a na iných optický analógový signál.

2.1 Princíp vlastností sietí WDM

Myšlienka WDM siete umožnila lepšie využitie už vybudovaných optických sietí tým, že jedným optickým vláknom prenášame viacero nosných vlnových dĺžok. Pričom štruktúra optických sietí sa nezmenila.

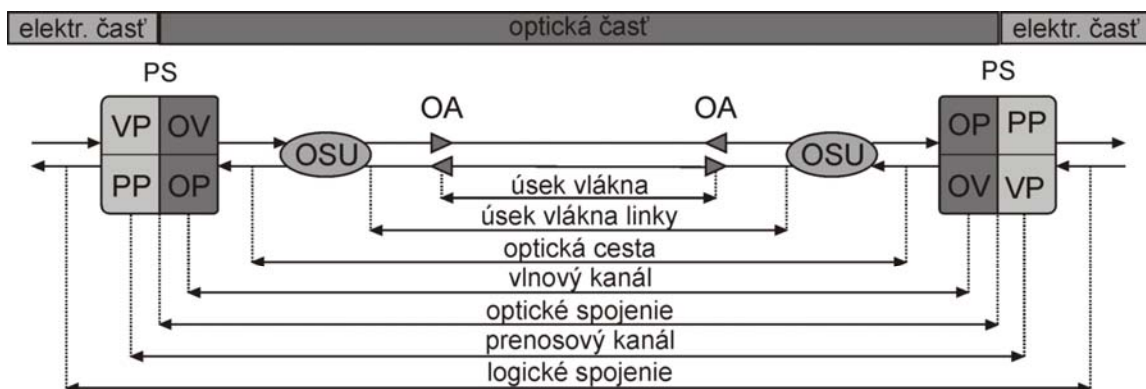
2.1.1 Štruktúra optickej siete

WDM technológia rozširuje klasické optické siete. Všeobecná vrstvomá štruktúra optickej siete je na obrázku 2.3 [2]. Spojenie medzi dvoma stanicami sa teda uskutočňuje pomocou logických vrstiev (*logical layer*) a pomocou fyzických vrstiev (*physical layer*).



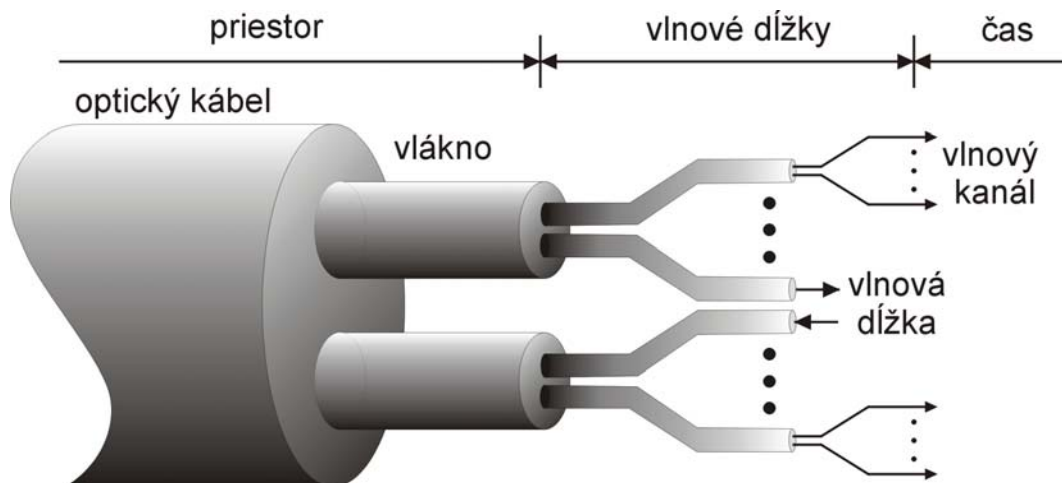
Obr. 2.3 Vrstvomá štruktúra optickej siete

Logická vrstva zabezpečuje virtuálne spojenie medzi dvoma stanicami a to za pomoci vytvorenia virtuálnej cesty (*virtual path*) a virtuálneho spojenia (*virtual connection*). Fyzická vrstva sa skladá s optických vrstiev (*optical layers*) a vláknových vrstiev (*fiber layers*). Každé logické spojenie je prenášané prenosovým kanálom (*transmission channel*), čo je najvyššia vrstva optických vrstiev. Ďalšími vrstvami optickej vrstvy sú optické spojenie (*optical connection*), vlnový kanál (λ -*channel*) a optická prenosová cesta (*optical path*). Fyzická vrstva sa skladá s vláknových úsekov (*fiber section*) a vláknových liniek (*fiber link*).



Obr. 2.4 Architektúra pre spojenie koniec - koniec

Na obrázku 2.4 je bližší pohľad architektúry optickej siete pre duplexné spojenie konie-koniec v súvislosti s modelom vrstvovej štruktúry optickej siete. Kde prístupová stanica PS (*network access station*) je na vysielacej strane zložená z bloku vysielacieho procesu VP (*transmission proces*) a optického vysielача OV (*optical transmitter*) a na prijímacej strane z optického prijímača OP (*optical receiver*) a z bloku prijímacieho procesu PP (*reception proces*). Prístupová stanica teda poskytuje elektro-optickú (E/O) a opticko-elektrickú (O/E) konverziu s elektronickými zariadeniami. Prenosový kanál je tvorený od spracovania vysielania po spracovanie prijímu v elektrickej oblasti spojenia. Optické spojenie je definované od zmeny optického signálu na elektrický na vysielacej strane, po zmenu optického signálu na elektrický na prijímacej strane. Od optického vysielача, kde danému spojeniu sú pridelené vlnové dĺžky, po príjem tejto optickej dĺžky na výstupe je určený vlnový kanál. Od prístupovej linky prístupovej stanice je definovaná optická prenosová cesty. Prístupová stanica PS je spojená so sieťou optickým sieťovým uzlom OSU (*optical network node*), od ktorého je definovaný úsek vláknovej linky po najbližšiu stanicu. Na tomto úseku môžu byť zaradené optické zosilňovače OA (*optical amplifier*), medzi ktorými je definovaný úsek vlákna.



Obr. 2.5 Delenie prostriedkov optického kábla

Na obrázku 2.5 je zobrazený pohľad na prostriedky optického kábla, ktorý obsahuje optické vlákna, na ktorých je niekoľko vlnových dĺžok [2]. Jednotlivé vlnové dĺžky môžu prenášať časovo delené kanály.

2.1.2 Princíp WDM

Princíp vlnovo deleného multiplexu vo WDM sieťach je na obrázku 1, kde niekoľko vlnových dĺžok je spoločne naviazaných na jedno optické vlákno. Podstatou WDM je teda súčasný prenos viacerých vlnových dĺžok, čím sa vytvorí viacej optických prenosových kanálov s prenosovými rýchlosťami D [b/s]. Celková prenosová rýchlosť F sa nám potom zvýši W -krát, t.j. $F=W \cdot D$, pri použití vlnového multiplexu s W vlnovými dĺžkami. Napr. pri 16 vlnových dĺžkach s rýchlosťou prenosu 2,5Gb/s je celková kapacita prenosu 40Gb/s.

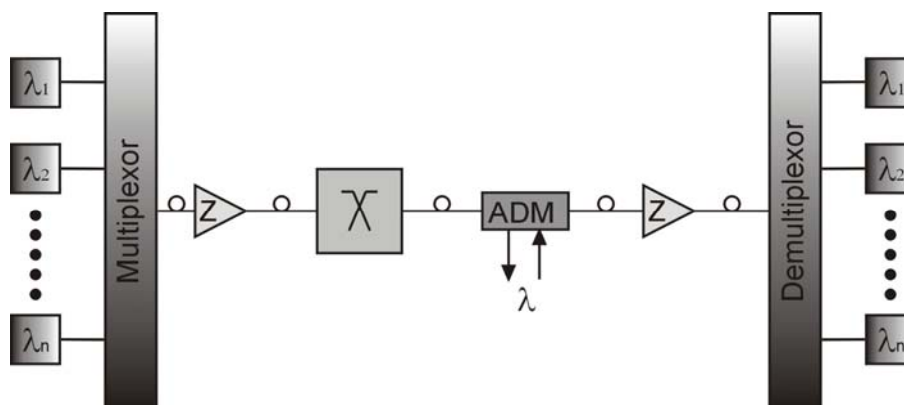
Pre WDM je odporúčané 40nm pásmo v treťom optickom okne. Vzhľadom na to, že nemôže dochádzať k prekryvaniu jednotlivých frekvenčných pásiem, sú taktiež odporúčané vlnové odstupy medzi jednotlivými nosnými (obr. 2.2). Šírka tohto odstupe závisí od dokonalosti dosiahnutých technológií, pričom od tejto šírky závisí počet vlnových dĺžok. **Podľa počtu vlnových dĺžok na jednom optickom vlákne rozlišujeme** [3]:

- riedke WDM do 20 vlnových dĺžok (označované ako „klasické“ WDM)
- husté WDM nad 100 vlnových dĺžok (označované ako OFDM)

Pri hustom WDM multiplexe je odstup dvoch optických nosných vlnových dĺžok menší alebo rovný 100GHz, čo predstavuje 0,8nm.

Minimálny rozostup je určený [4]:

- šírkou spektra emitovaného žiarenia
- presnosťou a stálosťou vlnovej dĺžky emitovaného žiarenia
- vlnovou selektivitou filtrov v prenosovom reťazci



Obr. 2.6 WDM sieť

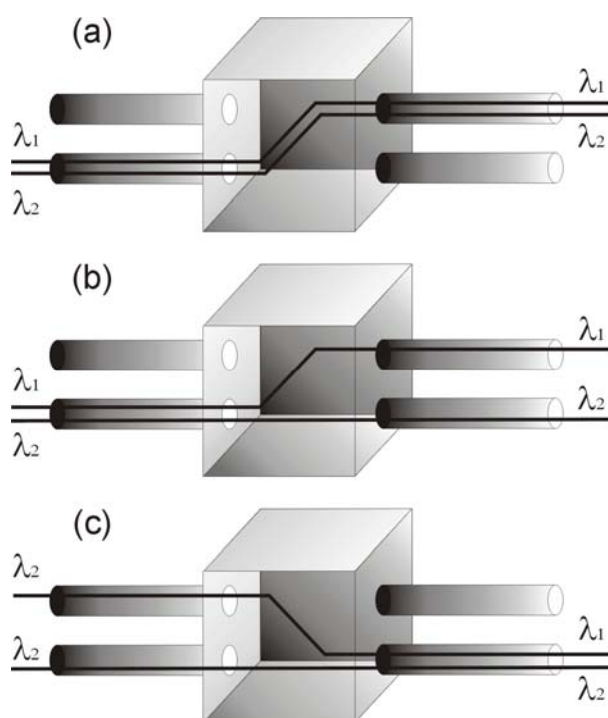
Zjednodušená optická WDM sieť je na obrázku 2.6, ktorú tvorí multiplexor, optické zosilňovače, optický spínač, add/drop multiplexor a demultiplexor [3]. Úlohou optického multiplexora je vytvárať jeden multiplexovaný optický signál z jednotlivých optických signálov na vstupe. Úlohou demultiplexora je opačná funkcia, a to z jedného multiplexovaného optického signálu vytvoriť, resp. oddeliť pôvodné optické signály. Optický koncový multiplexor obsahuje súčasne multiplexor aj demultiplexor. V tomto jednom funkčnom bloku sa predpokladá, že sa tu budú uskutočňovať prepínacie funkcie a tiež zosilňovanie optických signálov. Siete s vlnovou konverziou by mali umožňovať aj vlnovú konverziu.

Ďalším prvkom optickej siete sú optické zosilňovače Z, ktoré by mali byť schopné zosilniť celú šírku prenášaného pásma v plne optickej podobe signálu, čiže bez elektro-optickej konverzie. V súčasnej dobe je niekoľko možností a technológií, ktoré nám toto umožňujú [5,6,7]. Najperspektívnejšia metóda je pomocou erbiom dotovaného vlákna, kde súčasťou vlákna je dotovací laser, ktorý excituje atómy erbia, ktoré potom na základe stimulovanej emisie koherentne zosilnia prechádzajúce žiarenie .

Optický add/drop multiplexor ADM (*add/drop multiplexor*) slúži na vybratie a vloženie istej vlnovej dĺžky z multiplexovaného optického signálu bez toho, aby sa multiplexovaný signál musel podrobiť opto-elektronickej konverzii.

Optický spínač umožňuje prepojenie optických vlnových dĺžok. Môže byť realizovaný buď už spomínaným add/drop multiplexorom, alebo kroskonektorom.

WDM kroskonektor WDM OXC (*WDM optical cross-connect*) vo všeobecnosti umožňuje prepínanie optických vlnových kanálov v priestore a vo frekvenciách (vlnovo) [1]. Na to sú vo WDM kroskonektore potrebné dva stupne, priestorový a frekvenčný. Pretože frekvenčný stupeň je stále technologicky náročný, a teda aj nákladný, rozlišujeme kroskonektory so samotným priestorovým stupňom WDM OXC/S (*space*) alebo s priestorovým aj frekvenčným stupňom WDM OXC/SF (*space and frequency*).



Obr. 2.7 Spojovanie v OXC

Spojovanie v OXC sa môže uskutočňovať tromi spôsobmi, ktoré sú zobrazené na nasledujúcom obrázku 2.7:

- a) spojovanie optických vlákien: prepojenie vstupného optického vlákna so všetkými jeho vlnovými dĺžkami na výstup (obr. 2.7a).
- b) spojovanie vlnových dĺžok: prepojenie optických vlnových dĺžok, kedy je možné vlnovú dĺžku z jedného vlákna prepojiť na tú istú vlnovú dĺžku na inom vlákne (obr. 2.7b).

- c) spojovanie so zmenou vlnovej dĺžky: prepojenie optických vlnových dĺžok, kedy je možné vlnovú dĺžku z jedného vlákna prepojiť na tú istú alebo aj inú vlnovú dĺžku na inom vlákne (obr. 2.7c).

2.1.3 Výhody a nevýhody WDM

WDM siete majú niekoľko významných výhod v porovnaní s klasickými optickými sieťami:

- lepšie využívajú prenosovú kapacitu optických sietí
- jedným optickým vláknom je možné prenášať signály s rôznymi prenosovými rýchlosťami a rôznou moduláciou a formátom signálu
- možný súčasný prenos analógového a digitálneho signálu na rôznych vlnových dĺžkach
- pokiaľ chceme zvýšiť prenosovú kapacitu, nemusíme zvýšiť prenosovú rýchlosť na jednom kanále, ale stačí pridať ďalšiu vlnovú dĺžku
- znižuje sa požiadavka na rýchlosť elektronických podporných obvodov (optoelektronických meničov, modulačných obvodov a pod.)

K nevýhodám patrí predovšetkým:

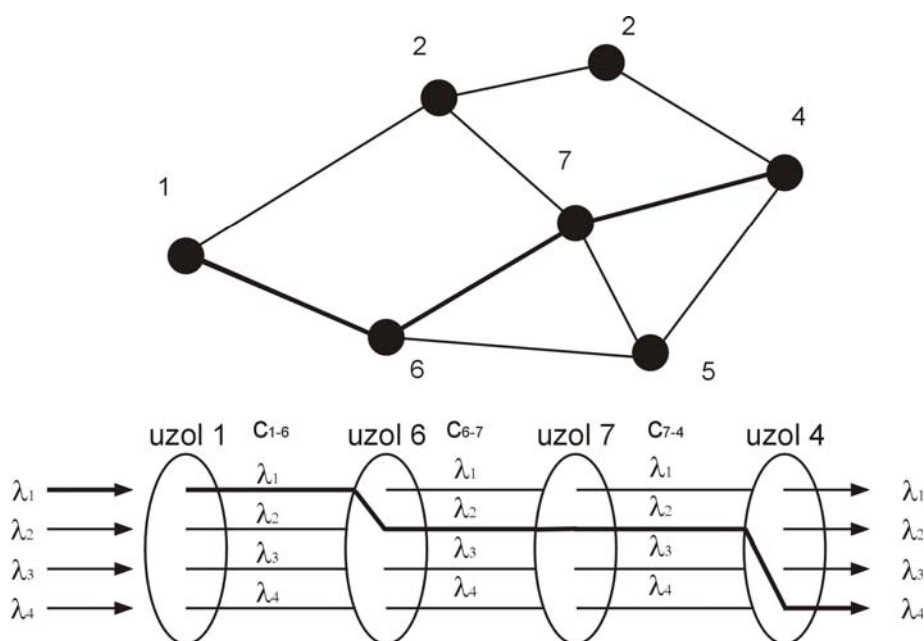
- prídavný útlm WDM multiplexorov a demultiplexorov
- potreba vysoko stabilných zdrojov svetla pre rôzne vlnové dĺžky
- potreba kvalitných filtrov
- technologická náročnosť jednotlivých komponentov

2.2 Prepojovanie vo WDM sieťach

Výber spojovacej cesty je jedna z najdôležitejších úloh pri budovaní spojenia, resp. pri prepojení v sieťach. Vo WDM sieťach výber spojovacej cesty pozostáva z dvoch čiastočne samostatných úloh a to smerovania a pridelovania vlnovej dĺžky na danej prenosovej ceste (obr. 2.8) [8]. Pri smerovaní sieťový uzol rozhoduje o ďalšom úseku prenosovej cesty (c_{ij}) smerom k cieľovému uzlu a to na základe istého algoritmu smerovania. A pri pridelovaní vlnovej dĺžky, sieťový uzol priraduje k danému vybranému úseku prenosovej cesty vhodnú vlnovú dĺžku λ_i na základe algoritmu pridelovania vlnových dĺžok. V podstate by sme mohli hovoriť o výbere v

horizontálnom smere (smerovanie) a o výbere vo vertikálnom smere (prideľovanie vlnových dĺžok).

Vo WDM sieti je teda možné smerovať dáta smerom k ich prislúchajúcim cieľom pomocou ich vlnových dĺžok. Využitie vlnových dĺžok na smerovanie dát sa nazýva vlnové smerovanie (*wavelength routing*). Siete, ktoré využívajú túto techniku smerovania, sú známe ako vlnovo smerované siete (*wavelength routed network*) [6,9]. Takéto siete pozostávajú z vlnovo smerovacích spínačov (*wavelength routing switches*), alebo smerovacích uzlov (*routing nodes*), ktoré sú vzájomne poprepájané optickými vláknami.



Obr. 2.8 Prepojovanie v sieťach WDM (smerovania a prideľovania vlnových dĺžok)

Vo vlnovo smerovanej sieti môžeme prenášať dáta z jednej prístupovej stanice buď s optoelektronickou konverziou, alebo bez akejkoľvek optoelektronickej konverzie, kedy takúto sieť nazývame plne optickou sieťou s vlnovým smerovaním.

V prípade smerovania ide v podstate o výber fyzickej prenosovej cesty, pozdĺž ktorej sa potom prideľujú vlnové dĺžky pre dané spojenie. V súčasnosti existuje pomerne veľa smerovacích algoritmov, ktoré sú uvedené napr. [9, 10, 11, 12, 13,14,15]:

- RSVP (*Resource Reservation Protocol*) - protokol rezervácie prostriedkov
- SRLG (*Shared Risk Link Group*) - protokol skupinového zdieľania rizika liniek
- FR (*Fixed Routing*) - pevné smerovanie

- FAR (*Fixed Alternative Routing*) - pevne alternatívne smerovanie
- C-BAR (*Capacity- Balance Alternate Routing*) - alternatívne smerovanie v závislosti na kapacite

A tiež existuje mnoho zaujímavých algoritmov pridelovania vlnových dĺžok, ako sú napr. [9, 10, 11, 12, 13,14,15]:

- FF (*First -Fit*) - pevné pravidlo výberu
- RF (*Random Fit*) - náhodný výber
- FPLC (*Fixed Paths Least Congested*) - vyberá pozdĺž pevných ciest najmenej preplnené
- LU (*Least Used*) - výber najmenej používanej vlnovej dĺžky
- MU (*Most Used*) - výber najviac používanej vlnovej dĺžky.
- WR (*Wavelength Reservation*) - metóda rezervácie vlnovej dĺžky

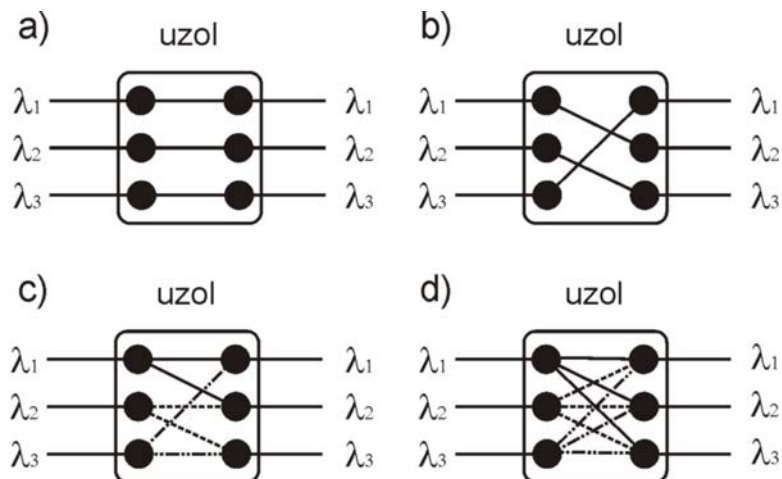
2.3 Vlnová konverzia vo WDM sieti

Pri smerovaní v jednotlivých uzloch v sieti je možné optický signál prenášať pozdĺž fyzickej prenosovej cesty vždy na tej istej vlnovej dĺžke λ . V takomto prípade potom hovoríme o prenose bez vlnovej konverzie. Ak v jednotlivých uzloch siete je vlnová dĺžka konvertovaná na inú, hovoríme o sieťach s vlnovou konverziou. Pod pojmom vlnová konverzia rozumieme zmenu prichádzajúcej vlnovej dĺžky na inú odchádzajúcu vlnovú dĺžku [3, 8, 9].

Rozoznávame niekoľko druhov vlnovej konverzie. Vo všeobecnosti ľubovoľná prichádzajúca vlnová dĺžka môže byť prepojená na rôzny počet vlnových dĺžok k , pričom počet možných vlnových dĺžok na výstupe je W . V závislosti od toho aká je hodnota k , môžu nastať tieto prípady vlnovej konverzie (obr. 2.9) [8,16,17]:

- **žiadna vlnová konverzia** ak $k=1$, kedy daná prichádzajúca vlnová dĺžka je prepojená na takú istú vlnovú dĺžku na výstupe (obr. 2.9a)
- **pevná vlnová konverzia** ak $k=1$, kde daná prichádzajúca vlnová dĺžka bude konvertovaná na inú vlnovú dĺžku, ktorá je už vopred známa a je vždy tá istá (obr. 2.9b)
- **obmedzená vlnová konverzia** ak $1 < k < W$, kde W je počet odchádzajúcich vlnových dĺžok v danom uzle (obr. 2.9c)

- **plnej vlnovej konverzie** ak $k=W$, čo je prípad, kedy ľubovoľná prichádzajúca vlnová dĺžka môže byť konvertovaná na ľubovoľnú výstupnú vlnovú dĺžku (obr. 2.9d).



Obr. 2.9 Druhy vlnovej konverzie

2.3.1 Sieť bez vlnovej konverzie

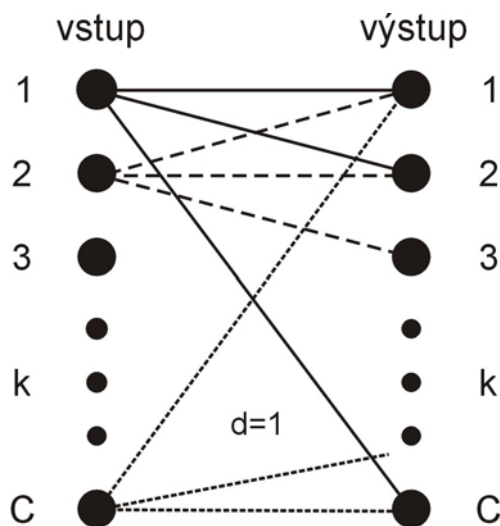
Sieť bez vlnovej konverzie neumožňuje vlnovú konverziu v uzloch siete. Optický signál potom prechádza od zdroja k cieľu vždy na tej istej vlnovej dĺžke bez vlnovej konverzie pozdĺž fyzickej prenosovej cesty. Hovoríme aj o obmedzení vlnovej kontinuity [6,8]. Pri budovaní spojenia sa najskôr hľadajú vlnové dĺžky, ktoré sú voľné na všetkých linkách. Potom sa určitým algoritmom vyberie rovnaká vlnová dĺžka na všetkých úsekoch. Ak na hociktovej linke prenosovej cesty nie je takáto vlnová dĺžka, potom prichádzajúca požiadavka je odmietnutá a následne stratená. Požiadavka na spojenie môže byť odmietnutá aj v prípade, že na daných linkách prenosovej cesty sú voľné vlnové dĺžky, ale nie sú rovnaké.

2.3.2 Sieť s obmedzenou vlnovou konverziou

Sieť s obmedzenou vlnovou konverziou umožňuje v uzle len obmedzenú vlnovú konverziu s určitým obmedzením. Ľubovoľná prichádzajúca vlnová dĺžka môže byť prepojená len na obmedzený počet odchádzajúcich vlnových dĺžok [6,8,17].

Existuje množstvo variant obmedzenej vlnovej konverzie. V súčasnosti sa najčastejšie stretáme s obmedzenou vlnovou konverziou so stupňom vlnovej konverzie d na obe strany spektra, alebo len na jednu stranu spektra.

Pod pojmom obmedzená vlnová konverzia so stupňom vlnovej konverzie d rozumieme konverziu vlnových dĺžok v optickom spínači, kde hociktorá prichádzajúca vstupná vlnová dĺžka optického signálu môže byť konvertovaná na d susedných vlnových dĺžok v danom spektre a aj na samotnú vlnovú dĺžku s akou daný optický signál vstupoval (obr. 2.10) [8]. Ak vo všeobecnosti je vstupná vlnová dĺžka λ_i , potom táto vlnová dĺžka môže byť konvertovaná na hociktorú z odchádzajúcich vlnových dĺžok $\lambda_{i-d}, \dots, \lambda_i, \dots, \lambda_{i+d}$, kde $\lambda_i, i=1,2,\dots,n$ sú možné vlnové dĺžky v prenosovom pásme spektra usporiadané vzostupne. Vstupná vlnová dĺžka môže byť v spínači konvertovaná na $k=2d+1$ odchádzajúcich vlnových dĺžok. Je zrejmé, že ak $d=0$ ($k=1$) ide o prípad bez vlnovej konverzie. Naopak, ak d ($k=W$) je veľké ide o prípad úplnej vlnovej konverzie. Bežne je vhodné, aby $d=1$ resp. $d=2$.



Obr. 2.10 Obmedzená vlnová konverzia so stupňom vlnovej konverzie $d=1$

V prípade konverzie so stupňom d na jednu stranu spektra, je konverzia umožnená len na tú istú vlnovú dĺžku, alebo na d susedných, a to buď vzostupných alebo zostupných vlnových dĺžok v danom spektre.

Vo viacvláknových WDM sieťach, kedy jedna linka je tvorená viacerými optickými vláknami, existuje ďalší mechanizmus obmedzenej konverzie. V tomto prípade vlnová konverzia nie je možná medzi vlnovými dĺžkami, ale v prípade, že v danom uzle je daná vlnová dĺžka λ_i na danom vlákne F_i obsadená, môže byť použitá tá istá vlnová dĺžka λ_i na inom vlákne F_j .

Plne optická sieť s obmedzenou vlnovou konverziou môže vzniknúť viacerými spôsobmi [8]:

- všetky uzly používajú konvertory s obmedzenou vlnovou konverziou
- len niektoré uzly používajú konvertory s obmedzenou vlnovou konverziou (ostatné sú buď bez, alebo s plnou vlnovou konverziou)
- sieť je budovaná uzlami bez vlnovej konverzie a malým počtom uzlov s plnou konverziou
- v prípade viacvláknových WDM sietí, sieť neumožňuje vlnovú konverziu, ale umožňuje použitie tej siete vlnovej dĺžky na rôznych vláknach danej linky

V prípade obmedzenej vlnovej konverzie volíme vlnovú dĺžku z možných voľných vlnových dĺžok pre prvý úsek prenosovej cesty podľa istého algoritmu [16, 17]. V každom ďalšom úseku sa hľadajú možné odchádzajúce vlnové dĺžky s daným obmedzením vlnovej konverzie. V prípade, ak je v ďalšom úseku vhodných viac vlnových dĺžok, potom danú vlnovú dĺžku zvolíme pomocou istého pridelovacieho algoritmu. Tento postup sa opakuje pre každý ďalší úsek prenosovej cesty. Ak na nejakom úseku prenosovej cesty okrem prvého nie je voľná vhodná vlnová dĺžka, potom sa vraciame späť k predošlému úseku a vyberáme vlnovú dĺžku z možných voľných vlnových dĺžok okrem predošlej vlnovej dĺžky. Ak vyčerpáme všetky možnosti na výber voľnej dĺžky v prvom úseku a stále nemôžeme nájsť vhodnú odchádzajúcu vlnovú dĺžku pre nejaký ďalší úsek, potom požiadavka na spojenie je zamietnutá a stratená.

2.3.3 Siete s plnou vlnovou konverziou

Siete s plnou vlnovou konverziou umožňujú v každom uzle plnú vlnovú konverziu. V takýchto sieťach ľubovoľná prichádzajúca vstupná vlnová dĺžka môže byť zmenená na ľubovoľnú odchádzajúcu vlnovú dĺžku. Pre danú vstupnú vlnovú dĺžku sú k dispozícii všetky neobsadené vlnové dĺžky na výstupe [8, 9].

V tomto prípade vyberáme vlnovú dĺžku pre prvý úsek náhodne s použitím istého algoritmu z možných neobsadených vlnových dĺžok. To isté robíme pre každý ďalší prenosový úsek. Ak nie je voľná vlnová dĺžka na niektorej linke prenosovej cesty, potom prichádzajúca požiadavka je zamietnutá.

3 Dimenzovanie WDM sietí

V telekomunikačnej prevádzke by bolo neekonomické a neefektívne, ak prostriedky siete, ktoré môžu zdieľať viacej účastníkov, by boli každému účastníkovi trvalo a nemenne priradené. Preto takéto prostriedky siete sa združujú a sú vo všeobecnosti poskytované viacerým účastníkom. V takomto prípade sa však môže stať, že v rovnakom časovom okamžiku budú chcieť súčasne zdieľať rovnaké prostriedky viacerí účastníci. Z tohto dôvodu sa môže potom nastať stav, v ktorom musí zákazník čakať, alebo mu je odmietnutá požiadavka [18]. Preto je nutné kvantitatívne hodnotiť kvalitu prevádzky QoS (*quality of service*) a zistiť mieru spojenia medzi kvalitou a cenou, ako aj konfiguráciou telekomunikačných technických prostriedkov.

Teoretická analýza sietí s ohľadom na určenie kvantitatívneho parametra sa opiera o teóriu pravdepodobnosti a teóriu hromadnej obsluhy. Najvýznamnejším ukazovateľom QoS je priepustnosť siete, resp. pravdepodobnosť blokovania v sieti. Na základe spomenutých parametrov sa potom môže uskutočňovať proces dimenzovania siete.

3.1 Predmet dimenzovania

Dimenzovanie sietí je proces nelineárnej optimalizácie, kde sa hľadá určitá hranica pravdepodobnosti blokovania v sieti s ohľadom na minimalizovanie ceny siete v závislosti od prevádzkových parametrov siete [19]. Dimenzovanie a metódy dimenzovania sietí vo všeobecnosti slúžia k vhodnému určeniu kapacity jednotlivých liniek siete, vzhľadom k topológii siete ako aj k prevádzkovým požiadavkám [20].

Dimenzovanie siete je veľmi nejednoznačná úloha, pričom úzko súvisí s definovaním prevádzkových podmienok (proces vzniku požiadaviek, systém obsluhy, počet obslužných miest, smerovanie, vlnové pridelovanie a pod.) a topológie sietí.

K základným pojmom pri dimenzovaní patrí pravdepodobnosť blokovania, resp. pravdepodobnosť vzniku strát v čase t , čo je pravdepodobnosť, že prinajmenšom jedna požiadavka bude zamietnutá pred časom t [20]. Presný výpočet pravdepodobnosti strát pre siete s rozsiahlou topológiou siete je veľmi náročný. Preto je snaha hľadať vhodné modely, na základe ktorých by sa dala optimálne aproximovať pravdepodobnosť vzniku strát a to pre siete s ľubovoľnou topológiou a pre rôzne prevádzkové podmienky. Model by umožňoval aproximáciu pravdepodobnosti strát na určité obdobie na základe čoho by sa operátor mohol rozhodnúť, či zvýši kapacitu siete alebo nie, a to pridaním

vlnových dĺžok, zvýšením šírky prenášaného pásma, alebo zvýšením prenosovej rýchlosti.

Dimenzovanie siete je spojené s riešením dvoch úloh. Prvou úlohou je dimenzovanie siete pri jej návrhu, čo je v podstate prvá etapa dimenzovania. Druhou úlohou je dimenzovanie siete počas jej prevádzky, čo je v podstate druhá etapa komplexného dimenzovania.

Riešením úlohy v prvom prípade, na základe prevádzkových požiadaviek, výbere metódy smerovania a pridelovania vlnových dĺžok a na základe požiadaviek na topológiu siete, je určenie konfigurácie siete. To znamená určenie počtu vlákien, vlnových dĺžok, veľkosti kroskonektorov, počtu potrebných optických zosilňovačov, add/drop multiplexorov a pod. Výsledkom danej konfigurácie je cena siete, pričom úlohou dimenzovania je optimalizácie výkonu siete a jej ceny, pri poskytovaní určitej kvality služieb.

V druhej etape dimenzovania je potrebné priebežne určovať počas prevádzky danej siete na základe neustáleho rastu užívateľov ako aj rastu služieb, či sieť stále dosahuje požadovanú kvalitu služieb. Na to nám slúžia prevádzkové modely, ktoré na základe predpokladaného rastu prevádzky predikujú hodnoty pravdepodobnosti blokovania. Na základe predikovaných hodnôt pravdepodobnosti blokovania sa prevádzkovateľ rozhoduje, či zvýši kapacitu siete. Výsledkom tejto etapy dimenzovania je zvyšovanie kapacity liniek. Predmetom dimenzovania a je teda v podstate viacero špecifických úloh v závislosti na počiatočných podmienkach [21]:

❖ v prvej etape:

- návrh topológie
- výber metódy smerovania a pridelovania vlnových dĺžok
- rozmiestnenie uzlov
- polozenie vlákien
- dimenzovanie liniek
- dimenzovanie uzlov

❖ v druhej etape:

- určenie prevádzkového modelu a dimenzovanie počas prevádzky
- polozenie nových vlákien
- dimenzovanie liniek
- dimenzovanie uzlov

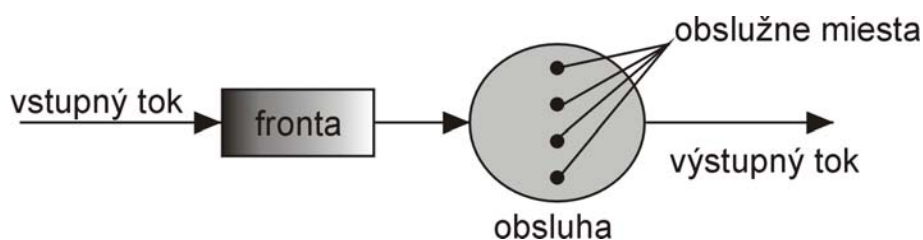
Vo väčšine prípadov v súčasnosti, však návrh topológie, rozmiestnenie uzlov a polozenie vlákien je dané vopred, pretože väčšina operátorov má už vybudované nosné siete. To znamená, že v súčasnosti je perspektívne venovať sa predovšetkým problémom druhej etapy dimenzovania, kde najvýznamnejšou úlohou je určiť počet liniek. Čo pri dimenzovaní WDM sietí v podstate znamená určiť potrebný počet vlnových dĺžok. Dôležitou úlohou pri dimenzovaní WDM sietí je aj určenie prostriedkov v jednotlivých uzlov siete.

Pre analýzu správania sa telekomunikačných systémov (systémov obsluhy), pri dimenzovaní ako aj pri prevádzke, sa telekomunikačná prevádzka modeluje pomocou vhodných matematických modelov.

3.2 Matematický model

Pre určenie pravdepodobnosti blokovania sa využívajú rôzne matematické modely. V teórii hromadnej obsluhy sú siete systémom spracúvajúcim informácie. Takýto matematický model je popísaný (obr. 3.1) [18]:

- vstupným tokom požiadaviek na obsluhu (vstupnými tokom volaní): Postupnosť požiadaviek, ktoré prichádzajú do systému obsluhy.
- vstupnou frontou: Miesto, kde čakajú požiadavky, ktoré pri svojom príchode nemohli byť hneď obslužené.
- spôsobom obsluhy: Systém spracovania požiadaviek.
- výstupným tokom: Postupnosť okamihov odchodov obslužených požiadaviek.



Obr. 3.1 Matematický model prevádzky

3.2.1 Klasifikácia prevádzkových modelov

Na základe toho aké sú parametre jednotlivých charakteristických veličín systému, môžeme klasifikovať jednotlivé systémy obsluhy [19,22]. Podľa možnosti vzniku fronty rozlišujeme systémy:

- s odmietaním (bez čakania vo fronte)
- s konečnou frontom (s ohraničeným počtom miest vo fronte)
- s obmedzeným čakaním (s ohraničenou dobou čakania vo fronte)
- s neobmedzenou frontou (s neobmedzenou dobou čakania zákazníkov v rade)

Podľa disciplíny obsluhy vo fronte:

- FIFO (*first in first out*) prvý vstupuje a prvý je aj obslúžený
- LIFO (*last in first out*) prvý vstupuje a je posledný obslúžený
- náhodné poradie výberu
- výber podľa priority

Podľa typu modelu sa systémy delia na:

- Markovove
- semimarkovove
- nemarkovove

Podľa zdroja vstupného toku požiadaviek:

- otvorené (s neobmedzeným počtom potenciálnych požiadaviek)
- uzavreté (s konečným počtom potenciálnych požiadaviek)
- zmiešané (kombinácia otvorených a uzavretých systémov)

Spomenuté delenie systémov hromadnej obsluhy nie je úplne. Dnes sa však využíva Kendallova klasifikácia systémov hromadnej obsluhy $X/Y/n/m$ [19, 18], kde

- X popisuje vstupný tok požiadaviek
- Y popisuje rozdelenie doby obsluhy
- n udáva počet obslužných miest systému
- m udáva maximálny počet požiadaviek v systéme

Na základe toho akou funkciou je popísaný vstupný tok, X alebo rozdelenie obsluhy Y, používame nasledovné označenia [18]:

- M- exponenciálna distribučná funkcia (Markovove rozdelenie)
- E_k - Erlangová distribučná funkcia k-teho rádu
- Hn- hyperexponenciálna distribučná funkcia
- D- konštantná (deterministická) distribučná funkcia
- G- všeobecná distribučná funkcia

	X	Y
M	Poissonov tok	exponenciálne rozdelenie
E _k	Erlagovo rozdelenie	Erlagovo rozdelenie
D	Deterministické rozdelenie	Deterministické rozdelenie
G	Všeobecné rozdelenie	Všeobecné rozdelenie

Tab. 3.1 Klasifikácia modelov

V telekomunikačnej prevádzke sa najčastejšie stretávame s prevádzkovými modelmi, ktoré sú popísané Markovovými systémami hromadnej obsluhy, kde vstupný tok je určený Poissonovým tokom požiadaviek (s exponenciálnym rozdelením) a exponenciálnou dobou obsluhy.

3.3 Markovove procesy

Náhodný proces $\{\mathbf{X}(t)\}_{t \in T}$ s množinou stavovou S sa nazýva Markov reťazec so spojitým časom [23], ak pre proces platí

- 1) množina $T = \langle 0, \infty \rangle$
- 2) množina S je spočítateľná, $S = \{s_1, s_2, \dots, s_3\}$
- 3) platí Markovova rovnosť:

$$\begin{aligned} P(\mathbf{X}(t_{n+1}) = j | \mathbf{X}(t_n) = i, \mathbf{X}(t_{n-1}) = i_{n-1}, \dots, \mathbf{X}(t_0) = i_0) \\ = P(\mathbf{X}(t_{n+1}) = j | \mathbf{X}(t_n) = i) \end{aligned} \quad (3.1)$$

pre $t_0, t_1, \dots, t_{n+1} \in T : t_0 < t_1 < \dots < t_{n+1}, \forall i_0, \dots, i_{n-1}, i, j \in S$. Označenie $\mathbf{X}(t)=i$ vyjadruje, že systém je v čase t v stave i.

Pravdepodobnosť prechodu zo stavu i do stavu j za čas h je daný:

$$p_{ij}(h) = \begin{cases} P(\mathbf{X}(t+h) = j | \mathbf{X}(t) = i) & \text{ak } h > 0 \\ \delta_{ij} & \text{ak } h = 0 \end{cases} \quad (3.2)$$

kde $\delta_{i,j} = 0$ pre $i \neq j$ a $\delta_{i,i} = 1$, čo môžeme vyjadriť maticou pravdepodobností prechodov:

$$\mathbf{P}(h) = (p_{ij}(h))_{i,j \in S} \quad (3.3)$$

Pravdepodobnosť, že proces sa nachádza v čase t v stave j označujeme $p_j(t) = P(X(t)=j)$, čo môžeme usporiadať do vektora určujúceho pravdepodobnostné rozdelenie procesu v čase t $\mathbf{p}(t) = (p_j(t))_{j \in S}$, pričom platí

$$p_j(t) = \sum_{i \in S} p_i(0) p_{i,j}(t) \quad (3.4)$$

kde $p_i(0)$ je počiatkové rozdelenie reťazca.

Pre určenie pravdepodobnostného rozdelenia Markovho procesu $\mathbf{p}(t)$, sú veľmi dôležité Chapman-Kolmogorovové rovnice [23]:

$$p_{ij}(r+s) = \sum_{k \in S} p_{ik}(r) p_{kj}(s) \quad (3.5)$$

$$\mathbf{p}(t+h) = \sum_k p_k(t) p_{kj}(h) \quad (3.6)$$

resp. vo vektorov tvare

$$\mathbf{P}(r+s) = \mathbf{P}(r)\mathbf{P}(s) \quad \forall r, s \in T \quad (3.7)$$

$$\mathbf{p}(t+h) = \mathbf{p}(t)\mathbf{P}(h) \quad \forall t, h \in T. \quad (3.8)$$

Dá sa dokázať, že v Markovom reťazci so spojitým časom sa medzery medzi prechodmi do jednotlivých stavov riadia podľa exponenciálneho rozdelenia [23], $T \sim \exp(\lambda)$,

$$F(t) = 1 - P(T > t) = 1 - e^{-\lambda t}, \quad (3.9)$$

kde T je časová medzera medzi prechodmi a λ je konštanta.

Funkcia $f(x)$ je rádu $o(x)$ ak platí $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 0$, čo znamená, že funkcia $f(x)$ klesá rýchlejšie k nule ako funkcia x . Pod označením Δt rozumieme taký krátky časový interval, že za daný časový okamih sa môže vyskytnúť len jedna udalosť (akoby to bol už ďalej nedeliteľný okamih).

Intenzita prechodu zo stavu i do stavu j je konštanta, ktorá je definovaná vzt'ahom

$$\lambda_{i,j} = \left. \frac{d}{dt} p_{i,j}(t) \right|_{t=0^+} \quad (3.10)$$

a intenzita výstupu zo stavu je konštanta

$$\lambda_i = -\lambda_{i,i} \quad (3.11)$$

Pre Markov reťazec so spojitým časom platí:

$$p_{i,i}(\Delta t) = 1 - \lambda_i \Delta t + o(\Delta t) \quad (3.12)$$

$$p_{i,j}(\Delta t) = \lambda_{i,j} \Delta t + o(\Delta t)$$

Alebo v limitnom tvare na popis Markovho reťazca slúžia intenzity prechodov zo stavu i do stavu j [23]:

$$\lambda_{ij} = \begin{cases} \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{p_{ij}(h)}{h} & \text{ak } i \neq j \\ \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{1 - p_{ii}(h)}{h} & \text{ak } i = j \end{cases} \quad (3.13)$$

čo môžeme usporiadať do matice $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{i,j \in S}$, ktorú nazývame maticu intenzít prechodu

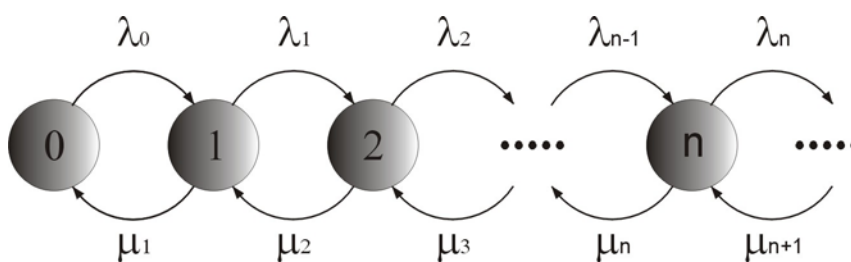
$$q_{ij} = \begin{cases} \lambda_{ij} & \text{ak } i \neq j \\ -\lambda_{ij} & \text{ak } i = j \end{cases} \quad (3.14)$$

Stacionárne rozdelenie $\boldsymbol{\pi} = (\pi_j)_{j \in S}$ je určené riešením [23]

$$\boldsymbol{\pi} \mathbf{Q} = \mathbf{0}, \sum_{j \in S} \pi_j = 1 \quad \boldsymbol{\pi} > \mathbf{0} \quad (3.15)$$

kde $\lim_{t \leftarrow \infty} \mathbf{p}(t) = \boldsymbol{\pi}$.

Pod pojmom proces vzniku a zániku rozumieme homogénny Markov proces, s množinou stavov $S = \{0, 1, 2, \dots\}$, s počiatočným rozdelením $\mathbf{p}(0) = (0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0)$ s nasledujúcim prechodovým grafom (obr. 3.2)



Obr. 3.2 Prechodový stavový diagram

k čomu odpovedá matica intenzít $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{i,j \in S}$, ktorá je definovaná nasledovne [23]:

$$q_{ij} = \begin{cases} \lambda_i & \text{ak } j = i + 1 \\ \mu_i & \text{ak } j = i - 1 \\ -\lambda_i - \mu_i & \text{ak } j = i, i > 0 \\ -\lambda_i & \text{ak } j = 0, i = 0 \\ 0 & \text{ak } |i - j| \geq 2 \end{cases} \quad (3.16)$$

Konečný proces vzniku a zániku má stacionárne rozdelenie $\pi = (\pi_j)_{j=0}^n$, ktoré je určené

$$\pi_j = \pi_0 \frac{\lambda_0 \lambda_1 \dots \lambda_{j-1}}{\mu_1 \mu_2 \dots \mu_j} \quad \text{pre } 1 \leq j \leq n \quad (3.17)$$

kde

$$\pi_0 = \left(1 + \sum_{j=1}^n \frac{\lambda_0 \lambda_1 \dots \lambda_{j-1}}{\mu_1 \mu_2 \dots \mu_j} \right)^{-1}. \quad (3.18)$$

Riešenie Markovových modelov je možné aj pomocou vytvárajúcej funkcie náhodného reťazca, čo je v podstate Z- transformácia. Vytvárajúca funkcia náhodného reťazca je daná nasledovne

$$F(x, t) = \sum_{k \in S} p_k(t) x^k \quad (3.19)$$

kde $|x| < 1$. Pre rozdelenie pravdepodobnosti stavov reťazca v čase t je dané

$$p_k(t) = \frac{1}{k!} \frac{\partial^k}{\partial x^k} F(x, t) \Big|_{x=0} \quad (3.20)$$

Stredná hodnota reťazca v čase t je potom daná

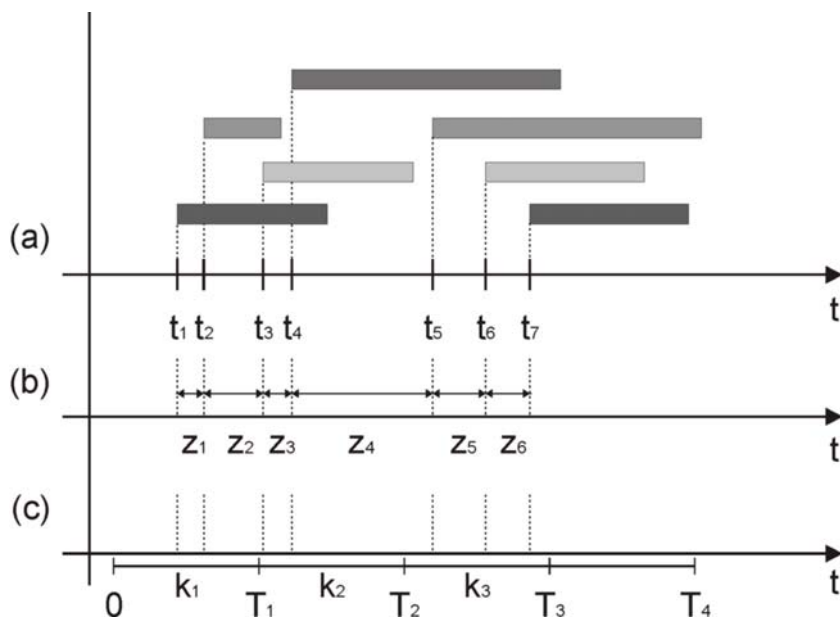
$$EX(t) = \frac{\partial}{\partial x} F(x, t) \Big|_{x=1} \quad (3.21)$$

3.3.1 Proces vzniku požiadavky (volania)

Tokom požiadaviek na obsluhu (tokom volaní) sa nazýva postupnosť požiadaviek (volaní) prichádzajúcich v ľubovoľných intervaloch, alebo v ľubovoľných časových okamžikoch [24]. Podľa toho či sa dá tento tok určiť matematicky, hovorím o determinovanom, alebo náhodnom toku požiadaviek. V praxi sa stretávame s náhodným tokom, kde okamžiky príchodu požiadaviek sú náhodné. Tok požiadaviek môže byť určený rôznymi spôsobmi (obr. 3.3):

- postupnosťou okamžikov požiadaviek (t_1, t_2, \dots, t_n) (obr. 3.3a)

- postupnosťou časových intervalov medzi požiadavkami (z_1, z_2, \dots, z_n) (obr. 3.3b)
- postupnosťou čísel (k_1, k_2, \dots, k_n) určujúcich množstvo požiadaviek prichádzajúcich v priebehu časových úsekov (obr. 3.3c)



Obr. 3.3 Určenie vstupného toku požiadaviek

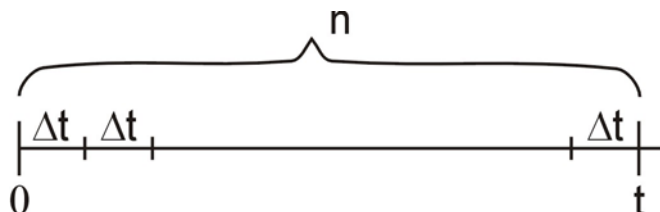
Proces vzniku požiadavky môže byť rôzny. My sa zameriame na tok požiadaviek, ktorý budeme modelovať ako $\Delta t \rightarrow 0$, pričom ďalej budeme predpokladať, že tok je [24]:

- náhodný:** Požiadavky vznikajú nezávisle jedna na druhej a nedajú sa presne popísať matematickým vzťahom.
- finitný:** V ľubovoľnom konečnom časovom intervale prichádza konečný počet požiadaviek.
- stacionárny:** Pravdepodobnosť, že vznikne požiadavka v časovom intervale $(t, t+\Delta t]$ je nezávislá od okamžiku t , ale závisí len od dĺžky intervalu.
- ordinárny:** Pravdepodobnosť vzniku dvoch požiadaviek v časovom intervale $(t, t+\Delta t]$ sa blíži k nule.
- rovnorodý:** Tok je popísaný len zákonitosťou vzniku požiadaviek (postupnosťou okamžikov požiadaviek, alebo časových úsekov medzi požiadavkami), nie je popísaný viacerými charakteristikami (napr. aj dobou obsluhy, smermi a pod.).

Pravdepodobnosť, že na úseku k vznikne práve k požiadaviek je daná $(\lambda\Delta t)^k(1-\lambda\Delta t)^{n-k}$, za predpokladu, že $\Delta t \rightarrow 0$, kde $\Delta t=t/n$ a n je dostatočný počet úsekov, na ktorý je rozdelený interval $(0,t]$ (obr. 3.4). Počet týchto možností je $\binom{n}{k}$ a pre $k=1, 2, \dots, n$ sú dané javy nezávislé. Potom pravdepodobnosť $p_k(t)$, že presne k požiadaviek vznikne v časovom intervale $(0,t]$, je daný nasledovným vzťahom [18]:

$$p_k(t) = \lim_{n \rightarrow \infty} \binom{n}{k} \left(\frac{\lambda t}{n}\right)^k \left(1 - \frac{\lambda t}{n}\right)^{n-k} = \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t}, \quad (3.12)$$

čo je Poissonové rozdelenie so strednou hodnotou $\lambda t > 0$, kde λ je intenzita príchodov požiadaviek alebo intenzita vzniku, a pre dostatočne malé $p=\lambda t/n$ a $n \rightarrow \infty$.



Obr. 3.4 Delenie intervalu

Pravdepodobnosť, že požiadavky nevzniknú v čase $(0,t]$ je daná vzťahom

$$p_0(t) = e^{-\lambda t} \quad (3.13)$$

Distribučná funkcia pre čas medzi príchodmi požiadaviek, ktorá vyjadruje pravdepodobnosť, že čas medzi príchodmi nie je väčší ako t je daná nasledovne:

$$F(t) = P(T < t) = 1 - e^{-\lambda t} \quad (3.14)$$

3.3.2 Distribučná funkcia doby obsluhy

Pravdepodobnosť, že požiadavka vznikne v čase $(t, t+\Delta t]$ je $\mu\Delta t$, pričom vznik požiadavky je nezávislý na čase, čo vyplýva z predpokladu nezávislého vzniku požiadaviek [18]. Pravdepodobnosť, že požiadavka nie je ukončená v čase $(0,t]$ je potom $1-\mu\Delta t$. Rozdelením tejto doby $(0,t]$ na dostatočne veľký počet n a použitím označenia $\Delta t=t/n$ sa potom táto pravdepodobnosť rovná $(1-\mu\Delta t)^n$. Potom doba obsluhy je daná vzťahom pre $n \rightarrow \infty$

$$H(t) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{\mu t}{n}\right)^n = e^{-\mu t} \quad (3.15)$$

Doba obsluhy má exponenciálne rozdelenie so strednou hodnotou μ^{-1} , kde μ je intenzita obsluhy, resp. vybavenia požiadavky.

3.3.3 Prevádzková záťaž

Prevádzková záťaž je definovaná ako celková doba obsadenia požiadaviek (volaní) za jednotku času [18]. Jednotka prevádzkového zaťaženie je erlang (erl). Prevádzková záťaž môže byť vyjadrená pomocou intenzity vzniku požiadaviek a intenzity obsluhy nasledovne:

$$\alpha = \frac{\lambda}{\mu} \quad (3.16)$$

Prevádzková záťaž α [erl] sa teda vzťahuje k intenzite prevádzky a má nasledovné vlastnosti:

- Ak c je počet vzniknutých požiadaviek za jednotku času a h je stredná doba obsadenia požiadavky, potom prevádzková záťaž je daná súčinom: $\alpha=c \cdot h$ [erl]
- Prevádzková záťaž je rovná počtu odchádzajúcich požiadaviek v strednej dobe obsadenia.
- Prenesené (obslužené) prevádzkové zaťaženie je ekvivalent k času, že systém je obsadený.

3.3.4 Markovov systém hromadnej obsluhy M/M/n

Markov systém hromadnej obsluhy je obslužný systém, do ktorého vstupuje Poissonov tok požiadaviek a doba obsluhy sa riadi podľa exponenciálneho rozdelenia [23]. Pre analýzu Markovových systémov hromadnej obsluhy sa využíva teória Markovových procesov. Markov systém M/M/n je systém so stratou, do ktorého vstupuje tok požiadaviek λ (požiadavky na svetelnú cestu), a pracuje nezávisle podľa exponenciálneho rozdelenia μ (doba spojenia na danej vlnovej dĺžke). Týmto modelom môžeme modelovať telekomunikačnú prevádzku WDM sietí.

Pravdepodobnosti prechodu za čas Δt sú [23]:

$$a) \quad p_{k,k+1}(\Delta t) = \lambda \Delta t + o(\Delta t), \text{ pre } k=0, \dots, n-1 \quad (3.17)$$

$$b) \quad p_{k,k-1}(\Delta t) = k\mu \Delta t + o(\Delta t), \text{ pre } k=1, \dots, n \quad (3.18)$$

$$c) \quad p_{k,k}(\Delta t) = 1 - (\lambda + k\mu)\Delta t + o(\Delta t), \text{ } k=1, \dots, n-1. \quad (3.19)$$

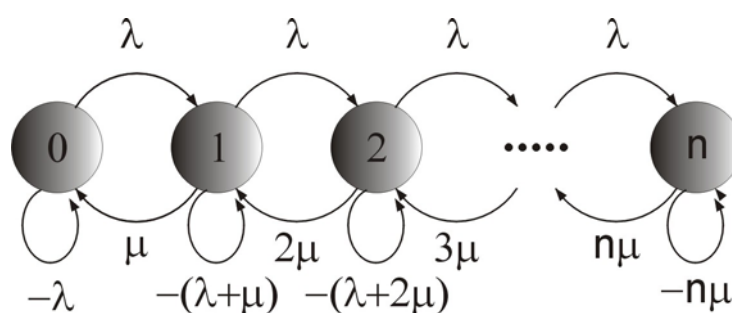
Riešením tohto systému je pravdepodobnosť

$$p_k = \frac{\frac{\alpha^k}{k!}}{\sum_{i=0}^n \frac{\alpha^i}{i!}} \quad (3.20)$$

kde $\alpha = \frac{\lambda}{\mu}$. Tento vzťah sa nazýva Erlangová formula. Podľa Erlangovho vzťahu

pravdepodobnosti stavov nezávisia od intenzít λ a μ , ale iba od ich pomeru $\frac{\lambda}{\mu}$. Tento

pomer nazývame zaťaženie systému.



Obr. 3.5 Prechodové stavy Markovového systému M/M/n

4 Prevádzkové modely WDM sietí

Matematické modely pre WDM siete sú špecifické v tom, že svetelná cesta pozostáva nie len z výberu fyzickej prenosovej cesty, ale aj z výberu vlnovej dĺžky na tomto úseku. Ďalším špecifickou črtou je to, či sieť umožňuje, alebo nie vlnovú konverziu a v akom rozsahu. Pre zjednodušenie sa v niektorých modeloch používajú nasledovné predpoklady:

- a) **predpoklad linkovej nezávislosti**: tento predpoklad vyjadruje, že stavy na jednotlivých linkách sú navzájom nezávislé. Tento predpoklad je bežný pre plne komutované siete. Avšak vo WDM sieťach bez plnej konverzie sa zistila korelácia medzi jednotlivými linkami. Preto tento predpoklad je obmedzujúci.
- b) **predpoklad vlnovej nezávislosti**: tento predpoklad vyjadruje, že vlnové dĺžky sú navzájom na sebe nezávislé na tej istej linke. Tento predpoklad vedie k nahodnoteniu pravdepodobnosti blokovania.

Pri dimenzovaní sietí sa opierame o prevádzkový model, ktorý je charakterizovaný [18, 24, 25]:

- vstupným tokom požiadaviek je Poissonov tok (vstupný Poissonov proces) s intenzitou požiadaviek λ
- dobou obsluhy, ktorá má exponenciálne rozdelenie.

Pri všetkých modeloch budeme predpokladať nasledovné predpoklady:

- každá svetelná cesta využíva celú šírku prenosového pásma vlnového kanála
- každé vlákno má taký istý počet vlnových dĺžok C
- sieť pozostáva z J liniek
- každá stanica má W vysieláčov a W prijímačov
- sieť podporuje len prevádzku koniec - koniec, t.j. nepodporuje viaccestné vysielanie
- požiadavky na spojenie nečakajú vo fronte, t.j. ak nejaké spojenie je zablokované, potom táto požiadavky na spojenie je stratená.

4.1 Modely bez vlnovej konverzie

V prípade sietí bez vlnovej konverzie, je žiadosť na zostavenie prenosovej cesty uskutočnená len ak je voľná aspoň jedna rovnaká vlnová dĺžka na každej linke

prenosovej cesty. Pokiaľ neexistuje takáto rovnaká neobsadená vlnová dĺžka na každej linke, potom požiadavka je odmietnutá a následne stratená.

4.1.1 Birmanov model [26]

V tomto modeli sa predpokladá, že požiadavka na obsluhu prichádza lokálne, čiže neberie sa do úvahy korelácia medzi záťažou na jednotlivých linkách. V tomto modeli predpokladáme, že trasy pozostávajú z jednej linky (jedného úseku prenosovej cesty).

Predpoklady: Predpokladajme sieť s ľubovoľnou topológiou s J linkami a W vlnovými dĺžkami na každej linke. Prenosová cesta R je potom podmnožinou týchto liniek. Požiadavky na zostavenie prenosovej cesty R prichádzajú s intenzitou λ_R . Uvažujme pevné smerovanie FR (*fixed routing*).

Model: Nech X_R je náhodná premenná, ktorá označuje počet neobsadených vlnových dĺžok na ceste R . Nech je daný vektor $\mathbf{X}=(X_1, X_2, \dots, X_J)$ a nech $q_j(m) = P(X_j = m)$, pre $m=0, 1, \dots, C$ je rozdelenie nevyužitej kapacity na linke j , pričom z Erlangovho vzťahu platí

$$P(X_j = m_j) = \frac{\lambda^{C-m_j}}{(C-m_j)!} \left(\sum_{k=0}^C \frac{\lambda^k}{k!} \right)^{-1} \quad (4.1)$$

Predpokladáme, že náhodné premenné X_j sú navzájom nezávislé, potom

$$q(\mathbf{m}) = \prod_{j=1}^J q_j(m_j) \quad (4.2)$$

kde $\mathbf{m}=(m_1, \dots, m_J)$. Keďže doba kým príde ďalšia požiadavka na volanie na linku j má exponenciálne rozloženie $\alpha_j(m)$, počet neobsadených vlnových dĺžok na linke je, môže byť určený z procesu vzniku a zániku

$$q_j(m) = \frac{C(C-1)\dots(C-(m+1))}{\alpha_j(1)\alpha_j(2)\dots\alpha_j(m)} q_j(0) \quad (4.3)$$

kde

$$q_j(0) = \left[1 + \sum_{m=1}^C \frac{C(C-1)\dots(C-(m+1))}{\alpha_j(1)\alpha_j(2)\dots\alpha_j(m)} \right]^{-1} \quad (4.4)$$

Intenzita zostavenia spojenia, resp. parameter $\alpha_j(m)$ je získaný zlúčením príspevkov z jednotlivých tokov požiadaviek na prenosové cesty, ktoré využívajú linku j

$$\alpha_j(m) = \begin{cases} 0 & \text{ak } m = 0 \\ \sum_{j \in R} \lambda_R P(X_R > 0 | X_j = m) & \text{pre } m = 1, \dots, C \end{cases} \quad (4.5)$$

Označme $p_n(\mathbf{x}) = P(X_R = n | X_1 = x_1, \dots, X_N = x_N)$, kde $R = \{1, 2, \dots, N\}$ je prenosová cesta pozostávajúca z N liniek, pre $N \geq 2$ a $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_N)$. Pravdepodobnosť $p_n(\mathbf{X})$ je vypočítaná za predpokladu, že výber z neobsadených vlnových dĺžok je náhodný. Pre prenosovú cestu uloženú z dvoch úsekov $R = \{i, j\}$ predpokladáme, že na linke i je x vlnových dĺžok a na linke j y vlnových dĺžok, potom pre pravdepodobnosť $p_n(x, y)$ platí

$$p_n(x, y) = P(X_{i,j} = n | X_i = x; X_j = y) \quad (4.6)$$

pričom platí

$$p_n(x, y) = \begin{cases} = \beta(x, y, n) & \text{ak } x \geq y \geq n, x + y - n \leq C, 1 \leq x, y \leq C \\ = \beta(y, x, n) & \text{ak } y \geq x \geq n, x + y - n \leq C, 1 \leq x, y \leq C \\ = 0 & \text{ak iné} \end{cases} \quad (4.7)$$

kde

$$\beta(x, y, n) = \binom{y}{n} \left(\prod_{i=1}^n \frac{x-i+1}{C-i+1} \right) \cdot \left(\prod_{i=1}^{y-n} \frac{C-x-i+1}{C-n-i+1} \right) \quad (4.8)$$

Vo všeobecnosti v prípade N -úsekovej prenosovej cesty platí rekurzívny vzťah

$$p_n(x_1, \dots, x_N) = \sum_{k=n}^{x_{N-1}} p_n(k, x_N) p_k(x_1, \dots, x_{N-1}) \quad (4.9)$$

Ak potom cesta je zostavená z jednej linky $R = \{j\}$ potom platí $P(X_j > 0 | X_j = m) = 1$. Ak prenosová cesta pozostáva z dvoch liniek $R = \{i, j\}$ potom

$$\begin{aligned} P(X_{ij} > 0 | X_j = m) &= \\ &= \sum_{h=0}^C P(X_i = h | X_j = m) \cdot P(X_R > 0 | X_j = m; X_i = h) \end{aligned} \quad (4.10)$$

čo môžeme upraviť

$$\begin{aligned} P(X_{ij} > 0 | X_j = m) &= \\ &= \sum_{h=0}^C P(X_i = h) \cdot [1 - P(X_R = 0 | X_j = m; X_i = h)] = \\ &= \sum_{h=1}^C q_i(h) (1 - p_0(m, h)) \end{aligned} \quad (4.11)$$

kde $p_0(m,h)$ môžeme určiť zo vzťahu 4.6. Podobne pre troj-úsekovú cestu $R=\{i,j,k\}$

$$P[X_{i,j,k} > 0 | X_j = m] = \sum_{h=1}^C \sum_{n=1}^C q_i(h) q_k(n) [1 - p_0(h, m, n)]. \quad (4.12)$$

Potom pravdepodobnosť blokovania pozdĺž prenosovej cesty R je $B_R = P(X_R = 0)$, čo v danom Birmanovom modeli potom vyjadruje nasledovný vzťah

$$L_R = \begin{cases} 0 & \text{pre } R = \{j\} \\ \sum_{h=0}^C \sum_{m=0}^C q_i(h) q_j(m) p_0(h, m) & \text{pre } R = \{i, j\} \\ \sum_{h=0}^C \sum_{m=0}^C \sum_{n=0}^C q_i(h) q_j(m) q_k(n) p_0(h, m, n) & \text{pre } R = \{i, j, k\} \end{cases} \quad (4.13)$$

Analýza výsledkov: Výsledky simulácií tohto prevádzkového modelu sú uvedené v [26]. Výsledky aproximácií pre slabú, strednú a silnú prevádzku sú v porovnaní so simulovanými výsledkami veľmi dobré. Daný model je vhodný pre určenie pravdepodobnosti blokovania. Jeho výpočtová obtiažnosť nie je náročná. V doplnku je určený algoritmus pre výpočet približnej pravdepodobnosti.

4.1.2 Sridharan/Sivarajanov model [27]

Výskum v oblasti návrhu modelov pre siete bez vlnovej konverzie dokázal, že obmedzenie vlnovej kontinuity zavádza výraznú koreláciu medzi linkovými záťažami. Blokovanie siete závisí nie len od použitej metódy smerovania, ale aj od spôsobu pridelovania vlnových dĺžok.

Predpoklady: Pridelenie vlnovej dĺžky zo súboru voľných vlnových dĺžok na prenos je náhodný. Ostatné predpoklady sú rovnaké ako pri Birmanovom modeli.

a) Nezávislý model: V tomto prípade predpokladáme, že zaťaženie na jednotlivých linkách je nezávislé.

Nech $Y_{i,j}$ je náhodná premenná, ktorá označuje stav vlnových dĺžok i na linke j . Označme $Y_{i,j} = 0$, ak vlnová dĺžka i je voľná na linke j , a $Y_{i,j} = 1$, ak vlnová dĺžka i je použitá na linke j . Z predpokladu, že vlnová dĺžka je pridelená náhodne, dostávame pre súbor i vlnových dĺžok na linke j vzťah

$$P(Y_{1,j} = 0, \dots, Y_{i,j} = 0) = \sum_{m=i}^C q_j(m) \frac{\binom{m}{i}}{\binom{C}{i}}. \quad (4.14)$$

Označme pravdepodobnosť $\beta_{i,j} = P(Y_{1,j} = 0, \dots, Y_{i,j} = 0)$, ktorá vyjadruje, že súbor i vlnových dĺžok je voľných na linke j . Pravdepodobnosť, že viac úsekov prenosovej cesty je zablokovaný je pravdepodobnosť, že na nejakom úseku nie je vlnová dĺžka, ktorá je voľná na všetkých linkách prenosovej cesty R

$$B_R = P(X_R = 0) = 1 - P(X_R > 0). \quad (4.15)$$

Nech g_i^R je pravdepodobnosť, že súbor i vlnových dĺžok je voľných na ceste R . Potom dostávame nasledovný vzťah

$$P(X_R > 0) = \sum_{i=1}^C (-1)^{i-1} \binom{C}{i} g_i^R. \quad (4.16)$$

Pre dvojúsekovú prenosovú cestu, ktorá pozostáva z linky A a B, dostávame pre výpočet g_i^R

$$g_i^R = P((Y_{1,A} = 0, Y_{1,B} = 0), \dots, (Y_{i,A} = 0, Y_{i,B} = 0)) \quad (4.17)$$

čo môžeme upraviť nasledovne, keďže predpokladáme, nezávislosť vlnových dĺžok na jednotlivých linkách

$$\begin{aligned} g_i^R &= P(Y_{1,A} = 0, \dots, Y_{i,A} = 0) \cdot P(Y_{1,B} = 0, \dots, Y_{i,B} = 0) = \\ &= \beta_{i,A} \beta_{i,B} \end{aligned} \quad (4.18)$$

Zovšeobecnením tohto vzťahu pre viac úsekovú prenosovú cestu a použitím vzťahu 4.15 potom dostávame

$$B_R = P(X_R = 0) = 1 - P(X_R > 0) \quad (4.19)$$

kde

$$P(X_R > 0) = \sum_{i=1}^C (-1)^{i-1} \binom{C}{i} g_i^R \quad (4.20)$$

a

$$g_i^R = \prod_{j \in R} \beta_{i,j}. \quad (4.21)$$

Intenzita požiadaviek na linke j od prenosovej cesty R je daná vzťahom 4.5, pričom pravdepodobnosť $P(X_R > 0 | X_j = m)$ môžeme určiť nasledovne

$$P(X_R > 0 | X_j = m) = \sum_{i=1}^m (-1)^{i-1} \binom{C}{i} g_i^R (X_j = m) \quad (4.22)$$

kde $g_i^R(X_j = m)$ je podmienená pravdepodobnosť, že súbor i vlnových dĺžok je obsadených na ceste R za podmienky, že m vlnových dĺžok je voľných na linke j , ktorú môžeme určiť vzťahom

$$g_i^R(X_j = m) = \prod_{k:k \in R, k \neq j} \beta_{i,k} \frac{\binom{m}{i}}{\binom{C}{i}} \quad (4.23)$$

pretože $P(Y_{1,j} = 0, \dots, Y_{i,j} = 0 | X_j = m) = \frac{\binom{m}{i}}{\binom{C}{i}}$. (4.24)

b) **Korelačný model:** Výskum v oblasti prevádzkových modelov WDM sietí dokázal, že v prípade WDM sietí bez vlnovej konverzie existuje korelácia medzi záťažami na jednotlivých linkách.

Rozdiel medzi týmto modelom a nezávislým modelom je, že nebudeme brať do úvahy predpoklad úplnej vlnovej nezávislosti. Pravdepodobnosť blokovania prenosovej cesty R (zloženej z viacerých úsekov) je daná vzťahom 4.15 a 4.16. Rozdiel od predchádzajúceho nezávislého modelu je vo výpočte g_i^R . Uvažujme o dvojlinkovej prenosovej ceste $R = \{A, B\}$, potom môžeme pre g_i^R písať

$$g_i^R = P((Y_{1,A} = 0, Y_{1,B} = 0), \dots, (Y_{i,A} = 0, Y_{i,B} = 0)) \quad (4.25)$$

čo je po úprave

$$g_i^R = P(Y_{i,A} = 0 | Y_{i-1,A} = 0, \dots, Y_{1,A} = 0, Y_{1,B} = 0) \dots P(Y_{1,A} = 0 | Y_{1,B} = 0) \beta_{i,B} \quad (4.26)$$

Definujme nasledovnú premennú

$$\gamma_{j,j-1}^{(0)} = P(Y_{i,j} = 0 | Y_{i,j-1} = 0) \quad (4.27)$$

$$\gamma_{j,j-1}^{(1)} = P(Y_{i,j} = 0 | Y_{i,j-1} = 1) \quad (4.28)$$

a

$$\eta_{i,j} = \begin{cases} \beta_{i,j} & \text{ak } i = 1 \\ \beta_{i,j} & \text{ak } \text{iné} \\ \beta_{i-1,j} & \end{cases} \quad (4.29)$$

kde $\eta_{i,j}$ je podmienená pravdepodobnosť, že vlnová dĺžka i bude voľná, za podmienky, že $i-1$ iných vlnových dĺžok bude voľných, t.j.

$$\eta_{i,j} = P(Y_{i,j} = 0 | Y_{1,j} = 0, Y_{2,j} = 0, \dots, Y_{i-1,j} = 0) \quad (4.30)$$

potom môžeme napísať

$$\begin{aligned} P(Y_{i,A} = 0 | Y_{i-1,A} = 0, \dots, Y_{1,A} = 0, Y_{i,B} = 0) &= \\ &= \frac{\gamma_{B,A}^{(0)} \eta_{i,A}}{\gamma_{B,A}^{(0)} \eta_{i,A} + \gamma_{B,A}^{(1)} (1 - \eta_{i,A})} \end{aligned} \quad (4.31)$$

po dosadení tohto vzťahu do 4.26 dostávame

$$g_i^R = \prod_{k=1}^i \frac{\gamma_{B,A}^{(0)} \eta_{k,A}}{\gamma_{B,A}^{(0)} \eta_{k,A} + \gamma_{B,A}^{(1)} (1 - \eta_{k,A})} \beta_{i,B}. \quad (4.32)$$

Prevádzkovú koreláciu medzi dvoma linkami vyjadrujú $\gamma_{j,j-1}^{(0)}$ a $\gamma_{j,j-1}^{(1)}$. Nech $P_l^{(j)}$ je pravdepodobnosť, že nejaké nové spojenie obsadí vlnovú dĺžku λ na linke j a toto spojenie nepokračuje na tejto vlnovej dĺžke na linke $j+1$. Nech $P_n^{(j)}$ je pravdepodobnosť, že prichádza nové volanie a je mu pridelená vlnová dĺžka λ na linke j . Toto volanie na linke j neprechádza cez linku $j-1$. Potom môžeme písať

$$\gamma_{j,j-1}^{(0)} = P(Y_{\lambda,j} = 0 | Y_{\lambda,j-1} = 0) = (1 - P_n^{(j)}) \quad (4.33)$$

$$\gamma_{j,j-1}^{(1)} = P(Y_{\lambda,j} = 0 | Y_{\lambda,j-1} = 1) = P_l^{(j-1)} (1 - P_n^{(j)}) \quad (4.34)$$

takže koreláciu nám vyjadrujú pravdepodobnosti $P_l^{(j)}$ a $P_n^{(j)}$, pre ktoré môžeme podľa Sivarajana písať

$$P_l^{(j)} = \frac{\tilde{\lambda}(j, j+1)}{\tilde{\lambda}_j} \quad (4.35)$$

kde $\tilde{\lambda}_j$ je stredná hodnota požiadaviek na linke j

$$\tilde{\lambda}_j = \sum_{m=1}^C \alpha_j(m) q_j(m) \quad (4.36)$$

a

$$\tilde{\lambda}(j, k) = \sum_{\substack{R: j \in R \\ k \notin R}} \sum_{m=1}^C \alpha_j(m) q_j(m) \quad (4.37)$$

je intenzita prijatej prevádzky, ktorá prechádza linkou j , ale neprechádza linkou k . Čiže pravdepodobnosť $P_l^{(j)}$ je modelovaná ako pomer intenzity požiadaviek na linke j , ktorá

nepokračuje na linke $j+1$ k celkovej prichádzajúcej prevádzke na linke k , ktorá je vhodne aproximovaná.

Nech pravdepodobnosť ρ_j je pravdepodobnosť, že nejaká vlnová dĺžka je obsadená na linke j , t.j. ρ_j je miera využitia tejto vlnovej dĺžky na linke j . Potom pre výpočet pravdepodobnosti $P_n^{(j)}$ môžeme písať

$$P_n^{(j)} = \rho_j \frac{\tilde{\lambda}(j, j-1)}{\tilde{\lambda}_j} \quad (4.38)$$

kde $\rho_j = 1 - \Pr\{Y_{1,j} = 0\} = 1 - \beta_{1,j}$. To znamená, že $P_n^{(j)}$ je pravdepodobnosť, že nejaká vlnová dĺžka je použitá na linke j , avšak na linke $j-1$ je použitá iná vlnová dĺžka.

Dosadením vzťahov 4.33 a 4.34 môže po úprave písať

$$g_i^R = \prod_{k=1}^i \frac{\eta_{k,A}}{\eta_{k,A} + P_l^{(A)}(1 - \eta_{k,A})} \beta_{i,B}. \quad (4.39)$$

pričom tento výraz je nezávislý od pravdepodobnosti $P_n^{(j)}$, a to preto, lebo je použitý Sivarajanov predpoklad, že nová požiadavka na spojenie prichádza na vlnovej dĺžke λ na linke j nezávislé od stavu vlnovej dĺžky na linke $j-1$. To znamená, že $P_n^{(j)}$ je nezávislá od $P_l^{(A)}$.

Výpočet pravdepodobnosti potom môže byť zovšeobecnený pre viacúsekovú prenosovú cestu $R = \{1, 2, \dots, H\}$ nasledovne

$$P(X_R = 0) = 1 - P(X_R > 0) \quad (4.40)$$

kde

$$P(X_R > 0) = \sum_{i=1}^C (-1)^{i-1} \binom{C}{i} g_i^R \quad (4.41)$$

$$g_i^R = \prod_{j=1}^{H-1} \prod_{k=1}^i \frac{\eta_{k,j}}{\eta_{k,j} + P_l^{(j)}(1 - \eta_{k,j})} \beta_{i,H}. \quad (4.42)$$

Pre výpočet intenzity požiadaviek, potrebujeme vypočítať pravdepodobnosť, rovnako ako v nezávislom modeli

$$P(X_R > 0 | X_j = m) = \sum_{i=1}^m (-1)^{i-1} \binom{C}{i} g_i^R(X_j = m) \quad (4.43)$$

kde $g_i^R(X_j = m)$ je podmienená pravdepodobnosť, že súbor i vlnových dĺžok je voľných na ceste R za podmienky, že presne m vlnových dĺžok je voľných na linke j .

Vypočítame ju rozdelením prenosovej cesty na tri nezávislé časti, linky pred linkou j , linky j a liniek za linkou j . Potom môžeme písať

$$g_i^R(X_j = m) = \prod_{\substack{n=1 \\ n \neq j}}^{H-1} \prod_{k=1}^i \frac{\eta_{k,n}}{\eta_{k,n} + P_l^{(n)}(1 - \eta_{k,n})} \beta_{i,H} \frac{\binom{m}{i}}{\binom{C}{i}} \quad (4.44)$$

$$= \prod_{n=1}^{H-1} \prod_{k=1}^i \frac{\eta_{k,n}}{\eta_{k,n} + P_l^{(n)}(1 - \eta_{k,n})} \frac{\binom{m}{i}}{\binom{C}{i}}$$

Analýza výsledkov: Oba uvedené modely dosahujú menšiu výpočtovú obtiažnosť ako Birmanov model a teda aj čas aproximácie je výrazne nižší ako v prípade Birmanovho modelu.

Simulácie tohoto modelu sú uskutočnené a publikované v [27] na dvoch typoch rôznych sieťových topológiach. Nezávislý model dáva pomerne dobré výsledky pre sieť s topológiou neúplnej hviezdy. Avšak pre kruhovú sieť, kde sa uplatňuje korelácia medzi záťažami na jednotlivých linkách je tento model nevhodný. V tomto prípade výrazne nadhodnocuje dosiahnuté výsledky. Korelačný model dáva pomerne presné výsledky pre oba typy sietí, na ktorých boli robené simulácie. Algoritmus pre výpočet približnej pravdepodobnosti blokovania je uvedený v doplnku.

4.1.3 Barry/Humbletov model [28]

Barry a Humblet sa vo svojej štúdií [28] snažili nájsť model pre určenie vplyvu dĺžky prenosovej cesty, vplyvu veľkosti spínača a vplyvu interferenčnej dĺžky na pravdepodobnosť blokovania.

Predpoklady: Sieť s ľubovoľnou topológiou. Prenosová cesta v rôzne poprepájanej rozsiahlej sieti sa skladá z H úsekov (obr. 4.1). Stavby liniek idúcich za sebou v danej prenosovej ceste sú nezávislé. Všetky javy na rôznych vlnových dĺžkach sú štatisticky nezávislé. Interferujúce spojenie je ľubovoľné spojenie, ktoré využíva hociktorú vlnovú dĺžku najmenej na jednom z H úsekov danej prenosovej cesty. Počet dosiahnuteľných vlnových dĺžok na každom vlákne je F .



Obr. 4.1 *Interferujúce linky*

Model: Uvažujme obrázok 4.1, ľubovoľné spojenie môže opustiť alebo sa pripojiť sa danej prenosovej ceste v ľubovoľnom uzle $i \geq 1$. Spojenie, ktoré využíva úsek prenosovej cesty i a využívalo aj úsek $i-1$ sa nazýva pokračujúce spojenie úseku i . Spojenie využívajúce úsek i danej prenosovej cesty, ktoré sa pripojilo v uzle i sa nazýva spojenie úseku i . Definujme pravdepodobnosť P_l , že spojenie opustí prenosovú cestu v uzle i a pravdepodobnosť P_n , že nové spojenie vznikne v uzle (pripojí sa k danej prenosovej ceste) na voľnej vlnovej dĺžke. Ak je vlnová dĺžka λ použitá na úseku $i-1$ prenosovej cesty, predpokladá sa, že interferujúce spojenie na vlnovej dĺžke λ opustí prenosovú cestu v uzle i s pravdepodobnosťou P_l . Inak pokračuje na tej istej vlnovej dĺžke. Ak λ nie je použitá na úseku $i-1$, potom nové spojenie vstupuje v uzle i na danú vlnovú dĺžku s pravdepodobnosťou P_n . Ak λ je použitá na úseku $i-1$ a spojenie využívajúce vlnovú dĺžku na úseku $i-1$ opúšťa danú prenosovú cestu v uzle i , potom spojenie vstupujúce v uzle i obsadzuje túto vlnovú dĺžku s pravdepodobnosťou P_n .

Pravdepodobnosť blokovania v sieťach bez vlnovej konverzie je definovaná ako pravdepodobnosť, že nie je voľná vlnová dĺžka, ktorá je rovnaká na každom úseku prenosovej cesty. Definujme pravdepodobnosť P_X , že vlnová dĺžka λ je použitá na úseku i za podmienky, že λ nie je použitá na úseku $i-1$, čo je vlastne definícia P_n

$$P_X = P_n \quad (4.45)$$

Definujme pravdepodobnosť P_Y , že vlnová dĺžka λ použitá na úseku i za predpokladu, že λ je použitá aj na úseku $i-1$

$$P_Y = (1 - P_l) + P_l P_n \quad (4.46)$$

Pravdepodobnosť ρ_i , že vlnová dĺžka λ je použitá na úseku i sa dá určiť z predpokladu, že ak λ je použitá na úseku $i-1$, potom je použitá s pravdepodobnosťou P_Y na úseku i , v opačnom prípade je použitá s pravdepodobnosťou P_X na úseku i . Preto platí:

$$\rho_i = (1 - P_l + P_l P_n) \rho_{i-1} + P_n (1 - \rho_{i-1}) \quad (4.47)$$

$$\rho_i = \rho \left(1 - [1 - (P_l + P_n - P_l P_n)]^i \right) \quad (4.48)$$

kde ρ je pravdepodobnosť, že vlnová dĺžka je použitá na nejakej linke

$$\rho = \frac{P_n}{P_l + P_n - P_l P_n} \quad (4.49)$$

Výraz $P_l + P_n - P_l P_n$ určuje pravdepodobnosť, že v nejakom uzle vznikne nejaké nové volanie, alebo staré opustí daný uzol.

Pravdepodobnosť blokovania bez vlnových konvertorov vzhľadom na predpoklad štatistickej nezávislosti je jednoduché určiť (je to doplnková pravdepodobnosť, k pravdepodobnosti, že vlnová dĺžka λ je voľná na úseku i , za predpokladu, že je voľná aj na úsekoch $0, 1, \dots, i-1$)

$$P_b = [1 - (1 - P_n)^H]^F. \quad (4.50)$$

Vplyv dĺžky prenosovej cesty: Nech p je dosiahnuté využitie pre danú pravdepodobnosť blokovania v sieťach bez vlnovej konverzie

$$p = 1 - (1 - P_b^{1/F})^{1/H} \quad (4.51)$$

čo pre veľký počet úsekov H a ak $P_b^{1/F}$ nie je príliš blízke k 1, môžeme upraviť na tvar

$$p \approx -\frac{1}{H} \ln(1 - P_b^{1/F}) \quad (4.52)$$

To znamená, že dosiahnuté využitie je nepriamo úmerné od počtu úsekov prenosovej cesty H . Ďalej je vidieť, že s rastúcim F rastie aj p . To znamená, že väčšie zväzky sú výkonnejšie.

Vplyv veľkosti spínača: Predpokladajme, že je rovnako pravdepodobné, že spínače budú v ktoromkoľvek z $(\Delta!)^F$ možných stavov (každá vlnová dĺžka má rovnakú pravdepodobnosť, že bude v hociktorom z $\Delta!$ možných stavov, kde každý stav odpovedá prepojeniu Δ vstupov s Δ výstupmi). Pravdepodobnosť, že vlnová dĺžka je použitá na interferujúcej linke je ρ , pravdepodobnosť, že vlnová dĺžka je využitá na linke i je ρ_i . Ak spínač pre vlnovú dĺžku λ je nastavený tak, že linka $i-1$ je spojená s linkou i , potom vlnová dĺžka λ je použitá na linke i , pričom pravdepodobnosť tohto javu je $1/\Delta$. Inak linka i je prepojená s jednou z interferujúcich liniek na vlnovej dĺžka λ . V tomto prípade bude λ použitá na linke i s pravdepodobnosťou $(1-\rho)$. Preto pre pravdepodobnosť, že vlnová dĺžka λ bude voľná na úseku i za podmienky, že daná vlnová dĺžka λ bola použitá aj na úseku $i-1$,

$$P_{X_{i/i-1}} = \frac{1}{\Delta} + \left(1 - \frac{1}{\Delta}\right)(1-\rho) = 1 - \left(1 - \frac{1}{\Delta}\right)\rho \quad (4.53)$$

potom z podmienky nezávislých javov pre pravdepodobnosť blokovania môžeme určiť nasledovný vzťah

$$P_b = \left[1 - \prod_{i=1}^H P\{X_{i/i-1}\} \right]^F = \left(1 - \left[1 - \left(1 - \frac{1}{\Delta} \right) \rho \right]^H \right)^F \quad (4.54)$$

úpravou tohto vzťahu, pre dosiahnuté využitie môže získať vzťah

$$\rho = \frac{\Delta}{\Delta - 1} \left[1 - (1 - P_b^{1/F})^{1/H} \right]. \quad (4.55)$$

Vplyv interferenčnej dĺžky: Predpokladajme, že v uzle i vznikne nové volanie na vlnovej dĺžke λ . Potom s pravdepodobnosťou P_l spojenie opustí danú prenosovú cestu v uzle $i+1$. Predpokladaný počet úsekov použitých na toto spojenie L je

$$L = \sum_{h=i}^H (h - i + 1) (1 - P_l)^{h-i} P_l \approx \frac{1}{P_l}. \quad (4.56)$$

Potom zo vzťahu 4.46 a použitím vzťahu 4.56 dostávame pre P_n

$$P_n = \frac{\rho P_l}{1 - \rho(1 - P_l)} = \frac{\rho}{L - \rho(L - 1)}. \quad (4.57)$$

kde správny odhad pre ρ je

$$\rho = \frac{N\gamma\bar{H}}{Ff} \quad (4.58)$$

kde N je počet staníc, γ je predpokladaný počet aktívnych odchádzajúcich volaní na stanicu a H je predpokladaný počet úsekov, F je počet vlnových dĺžok a f je počet vlákien v sieti.

Analýza výsledkov: Dosiahnuté výsledky tohoto modelu sú uvedené v [28]. Pomocou tohoto modelu je možné vidieť, že vlnové využitie rastie s počtom vlnových dĺžok. Vplyv počtu úsekov pri určenej pravdepodobnosti blokovania je výrazný, pričom s počtom úsekov výrazne využitie klesá. Z toho vyplýva, že v prípade sietí bez vlnovej konverzie, pokiaľ chceme dosiahnuť vysoké využitie siete a mať sieť výkonnú, nesmie byť počet úsekov pre spojenie ľubovoľných prístupových staníc veľký.

Vplyv veľkosti spínača má tiež výrazný vplyv na siete bez vlnových konvertorov. Čím má spínač viac možných stavov, tým viac je možností nastavenia, čo znižuje výkonnosť siete.

Pokiaľ do vzťahu 4.50 dosadíme vzťah 4.57, môžeme získať vzťah, z ktorého vidieť, že v sieti bez vlnových konvertorov bezprostredne závisí pravdepodobnosť blokovania od pravdepodobnosti vzniku novej požiadavky. Z toho potom vyplýva, že ak

interferenčná dĺžka bude veľká, sieť bude mať veľmi veľké využitie a bude mať malú pravdepodobnosť blokovania. Niektoré významné grafy sú uvedené v doplnku.

4.2 Model s obmedzenou vlnovou konverziou

Ako sme už spomínali v kapitole 2.3.2 pokiaľ sieť umožňuje vlnovú konverziu ale nie v plnom rozsahu alebo v každom uzly siete, potom hovoríme o sieti s obmedzenou vlnovou konverziou. V súčasnosti existuje mnoho variant neúplnej, resp. obmedzenej vlnovej konverzie.

4.2.1 Tripathi/Sivarajanov model [17]

Tripathi a Sivarajan v článku [17] navrhli prevádzkový model pre obmedzenú vlnovú konverziu so stupňom vlnovej konverzie d .

Predpoklady: Vlnové dĺžky sú pridelené náhodne z možných neobsadených vlnových dĺžok. Každá vlnová dĺžka môže byť konvertovaná na tú istú vlnovú dĺžku, alebo d susedných vlnových dĺžok v danom spektre. Zo znamená, že počet vlnových dĺžok, na ktoré môže byť konvertovaná je $2d+1$. V tomto modeli sa predpokladá, že vlnová konverzia je kruhovo súmerná. Prenosová cesta R je tvorená linkami $\{1, \dots, J\}$, a C vlnovými dĺžkami na každej linke. Prichádzajúci tok požiadaviek na cestu R je Poissonov tok s intenzitou α_R .

Model: Nech X_j je náhodná premenná označujúca počet neobsadených vlnových dĺžok na linke j v rovnovážnom stave. Nech $\mathbf{X}=(X_1, \dots, X_J)$ a nech

$$q_j(w) = P(X_j = w), \quad w = 0, \dots, C \quad (4.59)$$

je rozdelenie neobsadenej kapacity. Ďalej predpokladajme

- Náhodné premenné X_1, \dots, X_J sú navzájom nezávislé. Potom platí

$$q(\mathbf{w}) = \prod_{j=1}^J q_j(w_j) \quad (4.60)$$

kde $\mathbf{w}=(w_1, w_2, \dots, w_J)$.

- Ak je na j linkách w neobsadených vlnových dĺžok, doba kým sa zostaví nasledujúce spojenie na linke j má exponenciálne rozdelenie s parametrom α_j .

Počet neobsadených vlnových dĺžok na linke j môžeme získať z procesu vzniku a zániku (vzťah 4.3 a 4.4). Intenzitu požiadaviek $\alpha_j(w)$ na linke j , ak na danej linke j je w neobsadených vlnových dĺžok, získame zlúčením príspevkov tokov požiadaviek

$$\alpha_j(w) = \begin{cases} 0 & \text{ak } w = 0 \\ \sum_{R:j \in R} \alpha_R P(X_R > 0 | X_j = w) & \text{ak } w = 1, \dots, C \end{cases} \quad (4.61)$$

kde podobne ako v kapitole 4.1.1

$$P(X_R > 0 | X_j = w) = \begin{cases} 1 & \text{ak } R = \{j\} \\ \sum_{l=1}^C q_l(1)(1 - p_0(w, 1)) & \text{ak } R = \{i, j\} \\ \sum_{l=1}^C \sum_{n=1}^C q_l(1)q_k(n)[1 - p_0(l, w, n)] & \text{ak } R = \{i, j, k\} \end{cases} \quad (4.62)$$

kde pre $p_0(l, w, n)$ platí rekurzívny vzťah

$$p_m(x_1, \dots, x_N) = \sum_{k=m}^{x_{N-1}} p_k(x_1, \dots, x_{N-1}) p_m(k, x_N). \quad (4.63)$$

Pričom $p_m(x_1, x_2, \dots, x_n)$ označuje pravdepodobnosť mať m možností výberu odchádzajúcich vlnových dĺžok na N -úsekovvej prenosovej ceste, za podmienky ak x_1, x_2, \dots, x_n vlnové dĺžky sú voľné na linkách $1, 2, \dots, N$. Pre $p_m(k, x_N)$ platí

$$\begin{aligned} p_m(x, y) &= P(|\Gamma(\mathbf{X}_i) \cap \mathbf{Y}_j| = m) = \\ &= \sum_{n: |\Gamma(\mathbf{X}_i)| = n, |\mathbf{X}_i| = x} \frac{\binom{|\Gamma(\mathbf{X}_i)|}{m} \binom{C - |\Gamma(\mathbf{X}_i)|}{y - m}}{\binom{C}{y}} P(|\Gamma(\mathbf{X}_i)| = n | |\mathbf{X}_i| = x) = \\ &= \sum_{n=\min[C, x+2d]}^{\min[C, (2d+1)x]} \frac{\binom{n}{m} \binom{C-n}{y-m}}{\binom{C}{y}} P(|\Gamma(\mathbf{X}_i)| = n | |\mathbf{X}_i| = x) \end{aligned} \quad (4.64)$$

kde $\Gamma(\mathbf{X}_i) / \Gamma(\mathbf{Y}_i)$ označuje susedné vrcholy v skupine $\mathbf{X}_i / \mathbf{Y}_i$ na prvej/druhej linke. Kde \mathbf{X} a \mathbf{Y} predstavuje súbor dostupných vlnových dĺžok na prvej a druhej linke.

Pravdepodobnosť odmietnutia L_R , pre požiadavky na spojenie prenosovej cesty R je potom dané vzťahom 4.13 v kapitole 4.1.1.

Analýza výsledkov: Výsledky simulácií sú uvedené v [17], ktoré boli uskutočnené pre tri rôzne siete. Významným zistením je, že pravdepodobnosť blokovania v daných sieťach s použitím vlnovej konverzie so stupňom vlnovej konverzie $d=1$ dosahuje podobné hodnoty ako rovnaká sieť s plnou vlnovou konverziou.

Dokonca so stupňom vlnovej konverzie v prípade kruhovej topológie sú výsledky obmedzenej vlnovej konverzie takmer rovnaké ako pre prípad plnej vlnovej konverzie. Tento fakt je veľmi významný, pretože pokiaľ máme už vybudovanú sieť, ktorej topológiu nemôžeme meniť, môžeme výrazne znížiť pravdepodobnosť blokovania, už keď použijeme len v niektorých uzloch vlnové konvertory s plnou vlnovou konverziou (čím sa náklady na sieť príliš nezvýšia), alebo sa použije viac vlnových konvertorov v sieti s obmedzenou vlnovou konverziou (ktoré sú lacnejšie ako konvertory s plnou vlnovou konverziou).

Požiadavky na výpočet tohoto modelu sú však pomerne náročné, pretože exponenciálne rastú s počtom úsekov prenosovej cesty.

4.3 Modely s plnou vlnovou konverziou

Siete s plnou vlnovou konverziou sú analogické ku klasickým sieťam s prepojovaním kanálov.

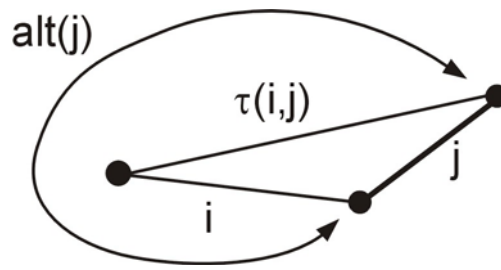
4.3.1 Birmanov model [26]

Daný model je rozšírením klasického Birmanovho modelu pre siete bez vlnovej konverzie, ktorý je uvedený v kapitole 4.1.1, pre siete s vlnovou konverziou, ktoré sú plne komutované [26].

Predpoklady: V danom modeli sa predpokladá smerovanie s najmenšou záťažou LLR (*least loaded routing*). Predpokladajme, že počet uzlov v sieti je N , počet liniek $J=N(N-1)/2$. Každá dvojica uzlov má priame spojenie (linku $\{j\}$), pričom týchto možností je $N-2$, ktoré označme A_j . Keď príde požiadavka na spojenie do uzla, najprv sa zostaví cesta $R=\{j\}$, ak $m_j>0$, kde m_j je počet neobsadených vlnových dĺžok na linke j . Inak sa zostavenie spojenia uskutoční najmenej zaťaženou obchádzkou (alternatívnou cestou). Predpokladá sa, že cesty v A_j sú do istej miery vopred určené. Ak počet neobsadených vlnových dĺžok m_R na obchádzajúcej ceste R je menší ako zvolená hranica r , t.j. $m_R \leq r$, potom je požiadavka na spojenie zamietnutá a stratená. Predpokladajme, že zvolená hranica r (parameter rezervácie okruhov) je konštantná na všetkých linkách.

Model: Označme α_j intenzitu požiadaviek na spojenie dvojice uzlov linkou j , S_j súbor liniek susediacich s linkou j , ktorých je $2(N-2)$. Ak linky j a k majú spoločný uzol,

tak potom linku, ktorá uzatvára takto vzniknutý trojuholník označme $\tau(j,k)$ (obr. 4.2).
Náhradnú linku k j linke, ktorú určí algoritmus LLR označme ako $alt(j)$.



Obr. 4.2 Alternatívna linka k linke j

Potom intenzita zostavenie je daná vzťahom

$$\alpha_j(m) = \begin{cases} 0 & \text{ak } m = 0 \\ a_j & \text{ak } 1 \leq m \leq r \\ a_j + \sum_{k \in S_j} a_k q_k(0) h(j, k, m) & \text{ak } m > r \end{cases} \quad (4.65)$$

kde

$$h(j, k, m) = P(alt(k) = \{j, \tau(j, k)\}; X_{j, \tau(j, k)} > r | X_j = m) \quad (4.66)$$

čo môžeme upraviť rozdelením na súbor udalostí nasledovne

$$\begin{aligned} h(j, k, m) &= \sum_{n=r+1}^m P(X_{j, \tau(j, k)} = n | X_j = m) \cdot \\ &\quad \cdot P(alt(k) = \{j, \tau(j, k)\} | X_j = m; X_{j, \tau(j, k)} = n) \\ &= \sum_{n=r+1}^m f(j, k, m, n) g(j, k, n) \end{aligned} \quad (4.67)$$

kde

$$\begin{aligned} f(j, k, m, n) &= P(X_{j, \tau(j, k)} = n | X_j = m) \\ g(j, k, n) &= P(alt(k) = \{j, \tau(j, k)\} | X_{j, \tau(j, k)} = n) \end{aligned} \quad (4.68)$$

Výraz pre $g(j, kn)$ môže byť upravený nasledovne

$$g(j, k, n) = \prod P(X_R < n) \prod P(X_R \leq n) \quad (4.69)$$

kde

$$P(X_{j,k} < n) = 1 - \sum_{i=1}^C P(X_{j,k} = i) \quad (4.70)$$

$$P(X_{j,k} \leq n) = P(X_{j,k} < n) + P(X_{j,k} = n) \quad (4.71)$$

pričom pravdepodobnosť $P(X_R=n)$, pre $n=r, \dots, m$, určíme zo vzťahu

$$P(X_{j,k} = n) = \sum_{x=1}^C \sum_{y=1}^C q_j(x) q_k(y) p_l(x, y) \quad (4.72)$$

Výraz pre $f(j, k, m, n)$ môže byť upravený nasledovne

$$\begin{aligned} f(j, k, m, n) &= \sum_{i=n}^m P(X_{\tau(j,k)} = i | X_j = m) \cdot \\ &\quad \cdot P(X_{j, \tau(j,k)} = n | X_j = m; X_{\tau(j,k)} = i) \\ &= \sum_{i=n}^m q_{\tau(j,k)}(i) p_n(m, i) \end{aligned} \quad (4.73)$$

kde $p_n(m, i)$ je dané vzťahom 4.6 v kapitole 4.1.1. Pravdepodobnosť blokovania, resp. odmietnutia požiadavky na spojenie na linke j medzi dvoma uzlami je potom daná nasledovným vzťahom:

$$L_j = P(X_j = 0) \prod_{R \in A_j} P(X_R \leq r). \quad (4.74)$$

Analýza výsledkov: Daný model v simuláciách, ktoré sú uvedené v článku [26] dosahuje pomerne dobré výsledky, a to predovšetkým pre silnú a stredne silnú prevádzku. V prípade slabšej prevádzky daný model výrazne nadhodnocuje pravdepodobnosť blokovania. Algoritmus pre výpočet pravdepodobnosti je rovnaký ako v prípade Birmanovho modelu pre siete bez vlnovej konverzie, ktorý je uvedený v kapitole 4.1.1.

4.3.2 Barry/Humbletov model [28]

Ako bolo už spomenuté v kapitole 4.1.3 Barry a Humblet určili prevádzkový model pre určenie vplyvu dĺžky prenosovej cesty, vplyvu veľkosti spínača a vplyvu interferenčnej dĺžky na pravdepodobnosť blokovania v sieťach s a bez vlnovej konverzie. Taktiež sa snažili vyjadriť kvantitatívne vplyv vlnovej konverzie.

Vplyv vlnovej konverzie vo WDM sieťach nemá jednoznačný vplyv na pravdepodobnosť blokovania. Vo všeobecnosti je sieť s vlnovými konvertormi viac flexibilnejšia. Avšak, siete s veľmi precízne navrhnutou topológiou a veľmi výkonnými smerovacími algoritmi v súčasnej dobe nevyžadujú potrebu vlnovej konverzie.

Predpoklady: Predpoklady ostávajú také isté ako v kapitole 4.1.3. V tomto prípade však predpokladáme plnú vlnovú konverziu.

Model: V prípade plnej vlnovej konverzie Barry a Humblet [29] odvodili pre pravdepodobnosť blokovania P'_b nasledovný výraz

$$P'_b = 1 - \prod_{i=1}^H \left[1 - \frac{\rho_i^F - (1 - P_l + P_l P_n)^F \rho_{i-1}^F}{1 - \rho_{i-1}^F} \right]. \quad (4.75)$$

Vplyv dĺžky prenosovej cesty: Nech q je dosiahnuté využitie pre danú pravdepodobnosť blokovania v sieťach s plnou vlnovou konverziou

$$q = \left[1 - (1 - P'_b)^{1/H} \right]^{1/F} \approx \left(\frac{P'_b}{H} \right)^{1/F}. \quad (4.76)$$

Definujme mieru osohu vlnových G konvertorov ako podiel faktoru využitia s vlnovými konvertormi q k faktoru využitia bez vlnových konvertorov pre rovnakú pravdepodobnosť blokovania $P_b = P'_b$

$$G = \frac{q}{p} = \frac{\left[1 - (1 - P'_b)^{1/H} \right]^{1/F}}{1 - (1 - P_b^{1/F})^{1/H}} \approx -H^{1-(1/F)} \frac{P_b^{1/F}}{\ln(1 - P_b^{1/F})}. \quad (4.77)$$

Daná aproximácia je správna pre P_b malú, veľké H a stredné F (tak aby $P_b^{1/F}$ nebolo príliš blízke k 1).

Vplyv veľkosti spínača: Pre pravdepodobnosť blokovania v závislosti od veľkosti spínača v sieťach s vlnovou konverziou určil Barry a Humblet nasledovný vzťah

$$P'_b = 1 - \prod_{i=1}^H \left[1 - \frac{\rho_i^F - \rho_{i-1}^F \left(\frac{1}{\Delta} + \rho \left(1 - \frac{1}{\Delta} \right) \right)^F}{1 - \rho_{i-1}^F} \right] \quad (4.78)$$

kde $\rho_i = \rho(1 - \Delta^{-i})$ $i = 0, 1, 2, \dots, H$. V našom prípade $\Delta \rightarrow \infty$. Potom platí

$$q \approx \left(1 - (1 - P'_b)^{1/H} \right)^{1/F} \quad (4.79)$$

potom pre zisk G môžeme odvodiť

$$G \approx \left(\frac{\Delta - 1}{\Delta} \right) \frac{\left[1 - (1 - P_b)^{1/H} \right]^{1/F}}{1 - (1 - P_b^{1/F})^{1/H}}. \quad (4.80)$$

Vplyv interferenčnej dĺžky: Pre pravdepodobnosť blokovania platí vzťah 4.75 (uvedený vyššie), potom môžeme pre zisk odvodiť nasledovný výraz

$$G \approx \frac{\left[1 - (1 - P_b)^{1/H}\right]^{1/F}}{1 - (1 - P_b^{1/F})^{1/H}} \left\{ \left[1 - (1 - P_b^{1/F})^{1/H}\right] \left[1 - \frac{1}{L}\right] + \frac{1}{L} \right\}. \quad (4.81)$$

Analýza výsledkov: Výsledky súvisiace s týmto modelom sú uvedené v článku [28,29]. V sieťach s vlnovou konverziou vlnové využitie rastie s počtom vlnových dĺžok rovnako, ako aj v prípade v sieťach bez vlnovej konverzie (kapitola 4.1.3). Avšak vplyv počtu úsekov prenosovej cesty je v tomto prípade nevýrazný. Dôležitým zistením v tomto článku je, že zisk vlnovej konverzie najskôr prudko rastie v závislosti od počtu vlnovej dĺžky, pokiaľ nedosiahne isté maximum. Potom pozvoľna klesá. Vplyv počtu úsekov na zisk je výrazný.

Pre stredný až veľký počet vlnových dĺžok a teda aj rozmeru spínačov, osôh vlnových konvertorov rastie s počtom úsekov, zatiaľ čo klesá s počtom vlnových dĺžok.

Vplyv interferujúcej dĺžky na zisk je výrazný, pričom tento vplyv úzko súvisí s počtom úsekov prenosovej cesty.

Vo všeobecnosti, možno teda intuitívne povedať, že pridaním vlnových konvertorov sa využitie vlákna zvýši pri zachovaní rovnakej pravdepodobnosti blokovania, resp. sa zníži blokovania pri tej istej prevádzke.

4.4 Porovnanie jednotlivých modelov

V súčasnosti existuje množstvo analytických modelov, ktoré popisujú prevádzku WDM sietí. Rozsah tejto práce neumožňuje analyzovať všetky modely, i keď niektoré sa zdajú byť pomerne zaujímavé [21, 30, 31, 32, 33, 34, 35].

Vo všeobecnosti možno povedať, že jednotlivé modely sa navzájom líšia svojimi vlastnosťami a to predovšetkým:

- prevádzkovými podmienkami (vstupným procesom, spôsobom obsluhy, počtom obslužných miest)
- typom topológie siete, pre ktorý je daný model určený
- algoritmami smerovania a pridelovania vlnových dĺžok, pre ktoré je model navrhnutý
- vlnovou konverziou (bez vlnovej konverzie, s obmedzenou vlnovou konverziou a s plnou vlnovou konverziou)
- výpočtovou obtiažnosťou a časovou náročnosťou

- presnosťou.

V nasledujúcej tabuľke sú prehľadne uvedené základné vlastnosti jednotlivých analyzovaných modelov.

	Birmanov	Sridharan /Sivarajanov	Barry /Humbletov	Tripathi /Sivarajanov
Prevádzka	dynamická	dynamická	ustálený stav	dynamická
Vstupný proces	Poissonov	Poissonov	Poissonov	Poissonov
Doba obsluha	exponenciálne rozdelenie	exponenciálne rozdelenie	exponenciálne rozdelenie	exponenciálne rozdelenie
Smerovanie	pevné a LLR	pevné	pevné	pevné
Prideľovanie vlnových dĺžok	náhodné	náhodné	náhodné	náhodné
Zát'az na linkách	nezávislá	nezávislá/závislá	závislá	nezávislá
Konverzia	bez/úplná	bez	bez/úplná	obmedzená

Tab. 4.1 Porovnanie prevádzkových modelov

4.5 Simulovanie

Presné analytické riešenie prevádzkových modelov pre rozsiahle siete je veľmi komplikovaná úloha a to, ako aj z hľadiska určenia matematického modelu tak aj z hľadiska výpočtovej obťažnosti a doby výpočtu. Preto pre rozsiahle siete je snaha simulovať prevádzku na základe istých modelov. V niektorých zložitejších sieťových štruktúrach je dokonca až nemožné určiť analytický model. Porovnanie simulácií s analytickým modelom a numerickými analýzami je uvedená v nasledujúcej tabuľke [18].

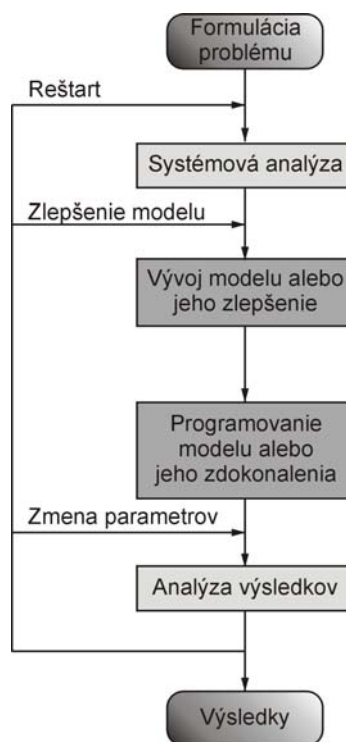
	Presnosť výsledkov	Doba výpočtu	Požiadavky na pamäť	Veľkosť programu	Rozsah použitia
Analytická metóda	vysoká	krátka	malé	malá	úzky
Numerická analýza	stredná	stredná	stredné	stredná	stredný
Simulácia	nízka	dlhá	veľké	veľká	široký

Tab. 4.2 Porovnanie simulácie s analytickou a numerickou metódou

Pri analýze jednotlivých modelov, ktoré sú uvedené v tejto kapitole, boli jednotlivé modely porovnávané s rôznymi simuláciami, ktorými sa nebudeme v tejto kapitole venovať.

Proces simulácie je v stručnosti uvedený na obrázku 4.3, kde je najskôr potrebné formulovať problém simulácie. Potom vykonáme systémovú analýzu, na základe ktorej vytvoríme simulačný model. Ten potom naprogramujeme pomocou vhodného softvéru a vykonáme simuláciu. Výsledky simulácie analyzujeme a pokiaľ nie sme spokojný s výsledkami zmením a upravíme model, alebo dokonca musíme zmeniť systémovú analýzu. Pokiaľ model pracuje správne môžeme zmeniť parametre simulácie.

Formulácia problému a jeho samotné modelovanie hrá dôležitú úlohu na začiatku procesu simulácie. Model by mal obsahovať časť problému a mal by byť čo najjednoduchší. Problémom pri simulácií nejakej konkrétnej prevádzky je, že je ťažké teoreticky určiť správnosť daného modelu.



Obr. 4.3 *Proces simulácie*

Vo všeobecnosti simulácie rozdeľujeme na spojité a diskrétny. Prevádzka v telekomunikáciách sa simuluje diskrétny, pretože proces vzniku a ukončenia volania je diskrétny proces.

V súčasnosti existuje mnoho prostriedkov (programov a simulačných jazykov), ktoré slúžia na simulovanie sietí, ktoré môžeme rozdeliť do troch skupín:

- a) stavovo orientované modelovanie: Simulačný model je popísaný zmenou stavov jednotlivých udalostí (vznikom a ukončením volaní).
- b) modelovanie orientované na proces: Simulačný model je popísaný spávaním istého celku (volaní) v systéme.
- c) modelovanie orientované na aktivitu: V tomto prípade simulačný model je popísaný časovými okamžikmi spustenia a ukončenia činnosti ako je dĺžka volania a obsadenia okruhov. Táto metóda je vhodná pre modelovanie systémov, ktorých doba obsluhy je závislá na stave systému (počte existujúcich volaní). Doba realizácie tohoto modelu je však potom dlhšia než stavovo orientované modelovanie.

Niektoré prostriedky určené na simulovanie a aj metódy simulácií sú uvedené v [18]. Pre WDM siete sú v súčasnosti navrhnuté rôzne simulačné programy, napr. WDM Guru [36, 37], COMNET [38, 39] alebo OWns [40, 41].

5 Ciele dizertačnej práce

Po preštudovaní problematiky dimenzovania WDM sietí a vzhľadom na súčasný stav je mojim cieľom dizertačnej práce:

- analýza vplyvu vlnových konvertorov na priepustnosť WDM sietí a určenie opodstatnenosti vlnových konvertorov vo WDM sieťach
- analýza vplyvu umiestnenia vlnových konvertorov v sieti
- optimalizácia umiestnenie vlnových konvertorov
- zdokonalenie resp. navrhnutie prevádzkového modelu (metódy), ktorý by na základe prevádzkových podmienkach predpovedal pravdepodobnosť blokovania vo WDM sieťach. Tento model by mal tiež slúžiť k overeniu opodstatnenia vlnovej konverzie.

Zoznam použitej literatúry

- [1] K. Blunár, Z. Diviš: „*Telekomunikačné siete*“, časť II, učebný text, Vydavateľstvo ŽU EDIS, Žilina, 2000
- [2] T. E. Stern, K. Bala: „*Multiwavelength Optical Networks – A Layered Approach*“, Prentice Hall PTR, New Jersey, USA, 2000
- [3] A. Girard: „*Guide To WDM Technology & Testing*“, EXFO Electro-Optical Engineering Inc., Quebec City, Canada, 2000
- [4] A. Kuchar, M. Khodl: „*Perspektivní optické systémy pro přenos informace*“, <http://kfe.fjfi.cvut.cz/k412/vm/pos/index.html>
- [5] M. Dado a kol.: „*Kapitoly z optiky pre technikov*“, Vydavateľstvo ŽU EDIS, Žilina, 1998
- [6] B. Ramamurthy, B. Mukherjee: „*Wavelength Conversion in WDM Networking*“, Journal of Selected Areas in Communication, Vol. 16, september 1996, str. 1061-1073, <http://citeseer.nj.nec.com/ramamurthy96wavelength.html>
- [7] M. J. O'Mahoney: „*Semiconductor Laser Optical Amplifiers for Use in Future Fiber Systems*“, J. Lightwave Technol., Vol. 6, apríl 1998, str. 531-544
- [8] M. Bahleda, K. Blunár: „*Vlnová konverzia vo WDM optických sieťach*“, príspevok v tlači, AEEE, Žilina
- [9] B. Mukherjee: „*WDM Optical Communication Networks: Progress and Challenges*“, IEEE Journal on Selected Areas in Communications, Vol. 18, No. 10, október 2000, 1810-1824
- [10] P.-H. Ho: „*A Novel Distributed Control Protocol in Dynamic Wavelength-Routed Optical Networks*“, IEEE Communication Magazine, november 2002, str. 38-45
- [11] B. Hirosaki, K. Emura, S. Hayano, H. Tsutsumi: „*Next-Generation Optical Networks as a Value Creation Platform*“, IEEE Communications Magazine, september 2003, str. 65-71
- [12] R. Ramaswami, K. N. Sivarajan: „*Routing and Wavelength Assignment in All-Optical Networks*“, pdf dokumenty, január 1995
- [13] G. Li, R. Simha: „*On the wavelength assignment problem in multifiber WDM star and ring networks*“, Proceedings of INFOCOM, 2000, str. 1771-1780

- [14] G. Li, R. Simha: „*New Results for the Wavelength Assignment Problem in Optical Networks*“, pdf dokument, Department of Computer Science, College of William and Mary, Williamsburg
- [15] H. Harai, M. Murata, H. Miyahara: „*Performance of Alternate Routing Methods in All-Optical Switching Networks*“, pdf dokumenty, <http://www.ieee-infocom.org/1997/papers/harai.pdf>
- [16] R. Ramaswami, G. H. Sasaki: „*Multiwavelength Optical Networks with Limited Wavelength Conversion*“, INFOCOM '97, Sixteenth Annual Joint Conference of the IEEE Computer and Communications Societies, 9.-11. apríl, 1997, Kobe, Japan, str. 489-498
- [17] T. Tripathi, K. N. Sivarajan: „*Computing Approximate Blocking Probabilities in Wavelength Routed All-Optical Networks with Limited-Range Wavelength Conversion*“, Proceedings, IEEE INFOCOM '99, str. 329-336, http://www.ieee-infocom.org/1999/papers/02e_03.pdf
- [18] H. Akimaru, K. Kawashima: „*Teletraffic – Theory and Application*“, Springer-Verlang London Limited, Great Britain, 1999
- [19] Š. Peško: „*Stochastické modely*“, <http://frcatel.utc.sk/users/pesko/ipubl.html>, prednášky, 2002-2003
- [20] T. K. Nayak, K. M. Sivarajan: „*A New Approach Dimensioning Optical Networks*“, IEEE Journal on Selected Areas in Communications, Vol. 20, No. 1, január 2002
- [21] M. Köhn, Ch. M. Gauger: „*Dimensioning of SDH/WDM Multilayer Networks*“, ITG-Fachtagung Photonic Networks, 5.-6. máj, 2003, Leipzig, Germany
- [22] Š. Peško: „*Operačná analýza 2*“, <http://frcatel.utc.sk/users/pesko/ipubl.html>, prednášky pre IRS, 2000-2001
- [23] Š. Peško, J. Smieško: „*Stochastické modely operačnej analýzy*“, EDIS vydavateľstvo ŽU, 1999, Žilina
- [24] K. Blunár: „*Teória prevádzkového zaťaženia*“, ALFA Vydavateľstvo technickej a ekonomickej literatúry, Bratislava, 1984
- [25] Handbook, „*Teletraffic Engineering*“, ITU-D, Study Group 2, Question 16/2, december 2002, Geneva

- [26] A. Birman: „*Computing Approximate Blocking Probabilities for a Class of All-Optical Networks*“, IEEE Journal on Selected Areas in Communications, Vol. 14, No. 5, jún 1996, str. 852-857
- [27] A. Sridharan, K. N. Sivarajan: „*Blocking in All-Optical Networks*“, IEEE INFOCOM 2000, str. 990-999
- [28] R. A. Barry, P. A. Humblet: „*Models of Blocking Probability in All-Optical Networks with and Without Wavelength Changers*“, IEEE Journal on Selected Areas in Communication, Vol. 14, No. 5, jún 1996, str. 858-867
- [29] R. A. Barry, P. A. Humblet: „*Models of Blocking Probability in All-Optical Networks with and Without Wavelength Changers*“, IEEE INFOCOM, Boston, apríl 1995, str. 402-412
- [30] Y. Zhu, G. N. Rouskas, H. G. Perros: „*Blocking in Wavelength Routing Networks, Part I: The Single Path Case*“, IEEE INFOCOM, 1999, str. 321-328, <http://citeseer.nj.nec.com/zhu99blocking.html>
- [31] S. Ramesh, G. N. Rouskas, H. G. Perros: „*Computing blocking probabilities in multiclass wavelength routing networks*“, Journal of Modeling and Computer Simulation, Vol. 10, No. 2, 2000, str.87-103, <http://citeseer.nj.nec.com/ramesh01computing.html>
- [32] Y. Zhu, G. N. Rouskas, H. G. Perros: „*Blocking in wavelength routing networks, Part II: Mesh topologies*“, Proceedings of the Sixteenth International Teletraffic Congress (ITC 16), Elsevier Science, jún 1999, str. 1321-1330
- [33] K. Jung, J. Choi: „*A Study of Blocking Probability in WDM Network*“, pdf dokument, <http://bnlab.icu.ac.kr/3p/Paper/2002/ICOIN-jkyoung-2002-02.pdf>
- [34] L. Li, A. K. Somami: „*A New Analytical Model for Multifiber WDM Networks*“, IEEE Journal on Selected Areas in Communications, Vol. 18, No. 10, október 2000, str. 2138-2145
- [35] A. Ferreira, S. Pérennes, A. W. Richa, H. Rivano, Stier Moses: „*Models, Complexity and Algorithms for the Design of Multifiber WDM Networks*“, <http://citeseer.nj.nec.com/544710.html>
- [36] Opnet WDM Guru, Intelligent Planning for Optical Networks, <http://www.opnet.com/products/wdmguru/home.html>
- [37] Opnet WDM Guru, Intelligent Planning for Optical Networks, <http://www.opnet.com/products/wdmguru/wdmguru.pdf>

- [38] COMNET III, Reference Guide, CACI Call or Fax For an Immediate Resposne
- [39] S. P. Ahuja: „*COMNET III: A network Simulation Laboratory Foar A Course In Communications Networks*“, <http://fie.engrng.pitt.edu/fie98/papers/1205.pdf>
- [40] B. Wen, N. M. Bhide, R. K. Shenai, a K. M. Sivalingam: „*Optical Wavelength Division Multiplexing (WDM) Network Simulator (OWns): Architecture and Performance Studies*“, SPIE Optical Networks Mahazine SPecial Issue on „Simulation, CAD and Measurement of Otical Networks“, marec 2001, <http://dawn.cs.umbc.edu/Papers/2001/ONM01b.pdf>
- [41] N. M. Bhide a K. M. Sivalingam: „*Design of OWns: Optical Wavelength Division Multiplexing (WDM) Network*“, Proceedings of First SPIE Optical Networking Workshop, (Dallas, TX), Jan 2000.

Doplnok

A) Birmanov algoritmus pre výpočet L_R pre pevné smerovanie

1. Inicializácia. Pre všetky cesty R nastavíme hodnoty $\hat{L}_R = 0$. Pre $j=1, \dots, J$, nech $\alpha_j(0)=0$, $\alpha_j(m) = \sum_{R:j \in R} \lambda_R$, $m=1, \dots, C$.

2. Urči $q_j(\cdot)$, $j=1, \dots, J$, použitím vzťahov:

$$q_j(m) = \frac{C(C-1)\dots(C-(m+1))}{\alpha_j(1)\alpha_j(2)\dots\alpha_j(m)} q_j(0)$$

$$q_j(0) = \left[1 + \sum_{m=1}^C \frac{C(C-1)\dots(C-(m+1))}{\alpha_j(1)\alpha_j(2)\dots\alpha_j(m)} \right]^{-1}$$

3. Výpočet $\lambda_j(\cdot)$, $J=1, \dots, J$, použitím vzťahov:

$$\alpha_j(m) = \begin{cases} 0 & \text{ak } m = 0 \\ \sum_{R:j \in R} \lambda_R P(X_R > 0 | X_j = m) & \text{pre } m = 1, \dots, C \end{cases}$$

$$P(X_{ij} > 0 | X_j = m) = \sum_{h=1}^C q_i(h) (1 - p_0(m, h))$$

$$P[X_{i,j,k} > 0 | X_j = m] = \sum_{h=1}^C \sum_{n=1}^C q_i(h) q_k(n) [1 - p_0(h, m, n)]$$

4. Výpočet L_R , pre všetky cesty R použitím vzťahu

$$L_R = \begin{cases} 0 & \text{pre } R = \{j\} \\ \sum_{h=0}^C \sum_{m=0}^C q_i(h) q_j(m) p_0(h, m) & \text{pre } R = \{i, j\} \\ \sum_{h=0}^C \sum_{m=0}^C \sum_{n=0}^C q_i(h) q_j(m) q_k(n) p_0(h, m, n) & \text{pre } R = \{i, j, k\} \end{cases}$$

5. Ak $\max_R |L_R - \hat{L}_R| < \varepsilon$ potom algoritmus ukončí. Inak nech $\hat{L}_R = L_R$, a choď na krok 2.

B) Birmanov algoritmus pre výpočet L_R pre algoritmus smerovania LLR

1. Inicializácia. Nech $\hat{L}_j = 0$, $j=1, \dots, J$. Pre $j=1, \dots, J$ nech $\alpha_j(0)=0$, $\alpha_j(m)=\alpha_j$,
 $m=1, \dots, C$

2. Urči $q_j(\cdot)$, $j=1, \dots, J$, použitím vzťahov

$$q_j(m) = \frac{C(C-1)\dots(C-(m+1))}{\alpha_j(1)\alpha_j(2)\dots\alpha_j(n)} q_j(0)$$

$$q_j(0) = \left[1 + \sum_{m=1}^C \frac{C(C-1)\dots(C-(m+1))}{\alpha_j(1)\alpha_j(2)\dots\alpha_j(n)} \right]^{-1}$$

3. Vypočítaj $\alpha_j(\cdot)$, $j=1, \dots, J$, použitím vzťahov

$$\alpha_j(m) = \begin{cases} 0 & \text{ak } m = 0 \\ \lambda_j & \text{ak } 1 \leq m \leq r \\ \lambda_j + \sum_{k \in S_j} \lambda_k q_k(0) h(j, k, m) & \text{ak } m > r \end{cases}$$

4. Vypočítaj L_R pre všetky cesty R použitím vzťahu

$$L_j = P(X_j = 0) \prod_{R \in A_j} P(X_R \leq r)$$

5. Ak $\max_j |L_R - \hat{L}_R| < \varepsilon$ potom algoritmus ukonči. V opačnom prípade nech

$$\hat{L}_j = L_j, \text{ a choď na krok 2.}$$

C) Birmanov algoritmus pre výpočet $\alpha_j(\cdot)$ pre algoritmus smerovania LLR

Pre $j=1, \dots, J$

pre $h=r, \dots, C$

vypočítaj $P(X_R=h)$ pre všetky cesty $R \in A_j$ použitím vzťahu

$$P(X_{j,k} = h) = \sum_{x=1}^C \sum_{y=1}^C q_j(x) q_k(y) p_1(x, y).$$

Pre $j=1, \dots, J$

pre $h=r, \dots, C$

vypočítaj $P(X_R < h)$ pre všetky cesty $R \in A_j$ použitím vzťahu

$$P(X_{j,k} < h) = 1 - \sum_{i=1}^C P(X_{j,k} = i)$$

Pre $j=1, \dots, J$

pre $h=r, \dots, C$

vypočítaj $g(j,k,h)$ pre všetky $k \in S_j$ použitím vzťahu

$$g(j,k,h) = \prod_{R \in A_k^-(j)} P(X_R < h) \prod_{R \in A_k^+(j)} P(X_R \leq h)$$

Pre $j=1, \dots, J$

pre všetky $k \in S_j$

vypočítaj $h(j,k,m)$ pre $m=r+1, \dots, C$ použitím vzťahu

$$h(j,k,m) = \sum_{l=r+1}^m f(j,k,m,l)g(j,k,l)$$

a

$$f(j,k,m,l) = \sum_{i=1}^m q_{\tau(j,k)}(i)p_1(m,i)$$

vypočítaj $\alpha_j(m)$ pre $m=r+1, \dots, C$ použitím vzťahu

$$\alpha_j(m) = \begin{cases} 0 & \text{ak } m = 0 \\ \lambda_j & \text{ak } 1 \leq m \leq r \\ \lambda_j + \sum_{k \in S_j} \lambda_k q_k(0)h(j,k,m) & \text{ak } m > r \end{cases}$$

D) Sridharan/Sivarajanov algoritmus pre výpočet B_R

1. Pre všetky cesty R nech $\hat{B}_R = 0$. Pre $j=1, \dots, J$, nastav $\alpha_j(0)=0$ a

$$\alpha_j(m) = \sum_{R: j \in R} \lambda_R, \quad m=1, \dots, C.$$

2. Urči rozdelenie voľnej kapacity na všetkých linkách $q_j(\cdot)$, $j=1, \dots, J$ použitím vzťahu

$$q_j(m) = \frac{C(C-1) \dots (C-m+1)}{\alpha_j(1)\alpha_j(2) \dots \alpha_j(m)} q_j(0)$$

$$q_j(0) = \left[1 + \sum_{m=1}^C \frac{C(C-1) \dots (C-m+1)}{\alpha_j(1)\alpha_j(2) \dots \alpha_j(m)} \right]^{-1}$$

3. Vypočítaj $\beta_{j,m}$ pre všetky linky, $j=1, \dots, J$ a $m=1, \dots, C$ použitím vzťahu

$$P(Y_{1,j} = 0, \dots, Y_{i,j} = 0) = \sum_{m=i}^C q_j(m) \frac{\binom{m}{i}}{\binom{C}{i}}$$

4. Vypočítaj $\alpha_j(\cdot)$, $j=1, \dots, J$ použitím vzťahov

$$\alpha_j(m) = \begin{cases} 0 & \text{pre } m = 0 \\ \sum_{R:j \in R} \lambda_R \Pr\{X_R > 0 | X_j = m\} & \text{pre } m = 1, 2, \dots, C \end{cases}$$

$$P(X_R > 0 | X_j = m) = \sum_{i=1}^m (-1)^{i-1} \binom{C}{i} g_i^R(X_j = m)$$

$$g_i^R(X_j = m) = \prod_{k:k \in R, k \neq j} \beta_{i,k} \frac{\binom{m}{i}}{\binom{C}{i}}$$

5. Vypočítaj B_R pre všetky prenosové cesty použitím vzťahu

$$B_R = q_j(0)$$

kde

$$B_R = P(X_R = 0) = 1 - P(X_R > 0)$$

$$P(X_R > 0) = \sum_{i=1}^C (-1)^{i-1} \binom{C}{i} g_i^R$$

$$g_i^R = \prod_{j:j \in R} \beta_{i,j}$$

6. Ak $\max_R |\hat{B}_R - B_R| < \varepsilon$ potom algoritmus ukonči. Inak nech $\hat{B}_R = B_R$ a pokračuj od kroku 2.

E) Tripathi/Sivarajanov algoritmus pre výpočet pravdepodobnosti blokovania

1. Inicializácia. Pre všetky prenosové cesty R nech $\hat{L}_R = 0$. Pre $j=1, \dots, J$, nech $\alpha_j(0)=0$ a nech $\alpha_j(m)$ je zvolené ľubovoľne pre $m=1, \dots, C$.
2. Vypočítaj $q_j(\cdot)$ pomocou vzťahu

$$q_j(w) = \frac{C(C-1)\cdots(C-w+1)}{\alpha_j(1)\alpha_j(2)\cdots\alpha_j(w)} q_j(0); \quad w = 1, \dots, C$$

$$q_j(0) = \left[1 + \sum_{w=1}^C \frac{C(C-1)\cdots(C-w+1)}{\alpha_j(1)\alpha_j(2)\cdots\alpha_j(w)} \right]^{-1}$$

3. Urči $\alpha_j(\cdot)$, $j=1, \dots, J$ použitím vzťahu

$$\alpha_j(w) = \begin{cases} 0 & \text{pre } w = 0 \\ \sum_{R:j \in R} \alpha_R P(X_R > 0 | X_j = w) & \text{pre } w = 1, \dots, C \end{cases}$$

kde

$$P(X_{\{i,j\}} > 0 | X_j = w) = \sum_{l=1}^C q_i(l) (1 - p_0(w, l))$$

$$P(X_{\{i,j,k\}} > 0 | X_j = w) = \sum_{l=1}^C \sum_{n=1}^C q_i(l) q_k(n) [1 - p_0(l, w, n)]$$

4. Vypočítaj L_R pre všetky cesty použitím vzťahu

$$L_R = P(X_R = 0) = \begin{cases} q_i(0) & \text{ak } R = \{i\} \\ \sum_{l=0}^C \sum_{w=0}^C q_i(l) q_j(w) p_0(l, w) & \text{ak } R = \{i, j\} \\ \sum_{l=0}^C \sum_{w=0}^C \sum_{n=0}^C q_i(l) q_j(w) q_k(n) p_0(l, w, n) & \text{ak } R = \{i, j, k\} \end{cases}$$

5. Ak $\max_R |L_R - \hat{L}_R| < \varepsilon$ potom algoritmus ukonči. Inak nech $\hat{L}_R = L_R$ a choď na krok 2.

6. Priemerná pravdepodobnosť blokovania siete je daná vzťahom

$$Pb_{\text{siete}} = \frac{\sum_{r=1}^R \lambda_r L_r}{\sum_{r=1}^R \lambda_r}.$$

F) Základné vzťahy

- a : ponúkaná prevádzková záťaž ($a = \lambda h$ [erl])
- s : počet obslužných miest
- n : počet zdrojov (vstupov)
- h : stredná doba obsluhy
- B : pravdepodobnosť blokovania
- v : intenzita požiadaviek na neobsadený zdroj
- M(0) : pravdepodobnosť čakania
- W : stredná doba čakania

a) Markov model M/M/s(0): (systémy so stratami)

Erlangová B formula:
$$B = \frac{\frac{a^s}{s!}}{\sum_{i=0}^s \frac{a^i}{i!}} \equiv E_s(a)$$

b) Markov model M(n)/M/s(0): (systémy so stratami)

Engsetová formula:
$$B = \frac{\binom{n-1}{s} (vh)^s}{\sum_{i=0}^s \binom{n-1}{i} (vh)^i}$$

c) základné štatistické charakteristiky:

- distribučná funkcia: $F(x) = P(X \leq x)$
- hustota distribučnej funkcií: $f(x) = \frac{dF(x)}{dx}$
- stredná hodnota: $EX = \int_{-\infty}^{\infty} x dF(x) = \mu$
- k-ty moment: $EX^k = \int_{-\infty}^{\infty} x^k dF(x) = \mu_k$
- k-ty centrálny moment: $E(X - \mu)^k = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^k dF(x) = m_k$
- smerodajná odchýlka: $V = m_2 = \mu_2 - \mu^2 = \sigma^2$

d) základné diskkrétne distribučné funkcie a ich charakteristiky:

Rozdelenie	funkcia pravdep.	stredná hodnota E(X)	disperzia D(X)	asymetria $\alpha(x)$	špicatost' $\beta(x)$
Binomické Bi(n,p)	$\binom{n}{x} p^x q^{n-x}$	np	npq	$\frac{1-2p}{\sqrt{npq}}$	$\frac{1-6pq}{npq}$
Geometrické Ge(p)	pq^{x-1}	$\frac{1}{p}$	$\frac{q}{p^2}$	$\frac{1+q}{\sqrt{q}}$	$\frac{1+4q+q^2}{q}$
Poissonovo Po(λ)	$\frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda}$	λ	λ	$\frac{1}{\sqrt{\lambda}}$	$\frac{1}{\lambda}$

e) základné spojité distribučné funkcie:

Rozdelenie	funkcia pravdep.	stredná hodnota E(X)	disperzia D(X)	Podm.
Exponenciálne Ex(μ)	$\mu e^{-\mu x}$	$\frac{1}{\mu}$	$\frac{1}{\mu^2}$	$x \geq 0$
Normálne No(m, σ^2)	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}$	m	σ^2	$-\infty < x < \infty$
n- Hyper- exponenciálne H _n (μ_1, \dots, μ_n)	$\sum_{i=0}^n k_i \mu_i e^{-\mu_i x}$	$\sum_{i=1}^n \frac{k_i}{\mu_i}$	$2 \sum_{i=1}^n \frac{k_i}{\mu_i^2} - \left(\sum_{i=1}^n \frac{k_i}{\mu_i} \right)^2$	$x \geq 0$; $\sum_{i=1}^n k_i = 1$
Rovnomerné Ro(a, b)	$\frac{1}{b-a}$	$\frac{a+b}{2}$	$\frac{(b-a)^2}{12}$	$a < X < b$
k-te Erlangové E _k (μ)	$\frac{(k\mu x)^{k-1}}{(k-1)!} k\mu e^{-k\mu x}$	$\frac{1}{\mu}$	$\frac{1}{k\mu^2}$	$x \geq 0$